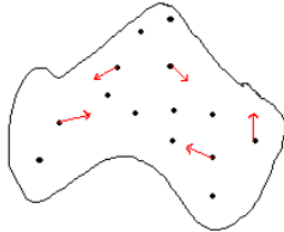


Chapitre 2 : Systèmes ouverts (bilans et rendement d'une machine)

1/ Rappel du Premier principe de la thermodynamique

Chaque système a un certain contenu en énergie qui peut se présenter sous diverses formes :

- énergie cinétique macroscopique (mouvement d'ensemble),
- énergie potentielle macroscopique (interaction entre le système et l'extérieur),
- énergie cinétique microscopique associée aux mouvements (de translation, de rotation, de vibration) des molécules,



- énergie associée au nuage électronique des molécules,
- énergie chimique,
- énergie électrique, p. ex. d'un condensateur chargé,
- etc.

Cette **énergie totale** est une fonction d'état que l'on note E , et elle a pour expression :

$$E = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{ci}} + E_{\text{pi}} = E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} + U$$

U : étant l'énergie interne du système

Les énergies cinétique et potentielle macroscopiques dépendent du référentiel choisi et s'expriment directement en fonction de la masse, de la vitesse et des coordonnées dans ce référentiel.

La différentielle de l'énergie totale est égale à la somme du travail élémentaire et la chaleur élémentaire échangés avec l'extérieur, et s'écrit : $dE = \delta Q + \delta W$

La différentielle de l'énergie du système peut alors s'exprimer comme suit :

$$dE = dU + dE_{\text{cin}} + dE_{\text{pot}}$$

de sorte qu'on obtient la forme différentielle du premier principe

$$\delta Q + \delta W = dU + dE_{\text{cin}} + dE_{\text{pot}}$$

Les expressions des énergies, cinétique et potentielle, macroscopiques peuvent s'écrire sous la

forme : $d\left(\frac{mc^2}{2}\right) = dE_{\text{cin}}$ et $d(mgz) = dE_{\text{pot}}$.

En substituant ces expressions dans la forme différentielle du premier principe, on obtient :

$$\delta W + \delta Q = dU + d\left(\frac{mc^2}{2}\right) + d(mgz), \quad \text{soit } \delta W + \delta Q = dU \text{ (système à l'état immobile)}$$

et, en intégrant entre les états initial et final (en supposant l'accélération de la gravité g constante),

$$\text{on obtient : } W_{12} + Q_{12} = U_2 - U_1 + m\left(\frac{c_2^2 - c_1^2}{2}\right) + mg(z_2 - z_1).$$

Remarque : En divisant la forme différentielle du premier principe par dt on obtient l'équation suivante :

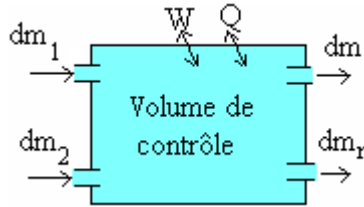
$$\frac{d}{dt}(U + E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}}) = \dot{Q} + \dot{W}$$

où \dot{Q} et \dot{W} sont respectivement la puissance calorifique et la puissance mécanique échangées entre le système et son extérieur.

2/ Définitions et rappels sur les systèmes ouverts

Les systèmes qui échangent de l'énergie par transfert de matière sont dits **ouverts**. C'est à dire qu'un tel système voit sa masse varier entre les instants t et $t+dt$ des quantités dm_j (dessin ci-bas) à travers des conduites.

Les masses dm_j ont un **caractère algébrique**, positives si elles entrent effectivement dans le volume de contrôle, négatives si elles en sortent.



Définitions

Le **débit** est le quotient de la quantité de matière qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement.

Débit massique : Si Δm est la masse de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt , par définition le débit massique est (unité kg.s^{-1}) : $D_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}$ ou $D_m = \frac{dm}{dt}$.

Débit volumique : Si ΔV est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt , par définition le débit volumique est (unité m^3s^{-1}) : $D_V = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ ou $D_V = \frac{dV}{dt}$.

Expression du débit en fonction de la vitesse c : $D_V = cA$, où A est la section de la conduite.

Relation entre D_m et D_V : La masse volumique $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$ d'où : $D_m = \rho D_V$.

Remarques

Les liquides sont incompressibles et peu dilatables donc à masse volumique constante.

Pour les **gaz**, la masse volumique dépend de la température et de la pression

Écoulements permanents ou stationnaires : Un régime d'écoulement est dit **permanent** ou **stationnaire** si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, etc.), ont une valeur constante au cours du temps.

Conservation du débit

$D_{m1} = D_{m2}$ **en régime stationnaire**, le débit massique est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.

$D_{V1} = D_{V2}$ **en régime stationnaire**, le débit volumique est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.

Notation : le débit massique est noté : \dot{m} , on a : $\dot{m} = dm/dt$

2. Lois de conservation pour les systèmes ouverts

2.1 Conservation de la masse

- La frontière du système est une surface fermée.
- Certaines parties de la frontière peuvent être mobile(s).
- Certaines parties de la frontière peuvent être le siège d'échange de matière, de travail et de chaleur avec le milieu extérieur.

On obtient donc facilement en désignant par l'indice s les parties du système, S , traversées par un débit sortant et par l'indice e les parties traversées par un débit entrant la relation suivante :

$$\frac{dm_o}{dt} = \sum \dot{m}_e - \sum \dot{m}_s$$

Cette équation est appelée **équation de continuité (ou de conservation de la masse)**.

Dans le cas particulier d'un système en **régime permanent**, cette équation se réduit à :

$\sum \dot{m}_s - \sum \dot{m}_e = 0$, qui exprime l'égalité des débits entrants et sortants.

2.2 Le premier principe de la thermodynamique pour les systèmes ouverts

Soit e l'énergie massique du système avec $e = E/m = u + e_c + e_p$ où l'énergie cinétique massique

s'écrit $e_c = \frac{c^2}{2}$ et l'énergie potentielle contient dans notre cas deux termes terme de pesanteur et

terme de pression : $e_p = gz + P/\rho$. En utilisant l'enthalpie massique h ($h = u + P/\rho$), l'expression finale du premier principe pour les systèmes ouverts s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = \sum \dot{m}_e \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_e - \sum \dot{m}_s \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_s + \dot{Q} + \dot{W}$$

3. Les systèmes ouverts en régime permanent

Le cas des systèmes ouverts en **régime permanent (ERP)** constitue un modèle adéquat pour décrire le fonctionnement en régime de bon nombre de dispositifs comme les compresseurs, turbines, vannes, tuyères, échangeurs de chaleur.

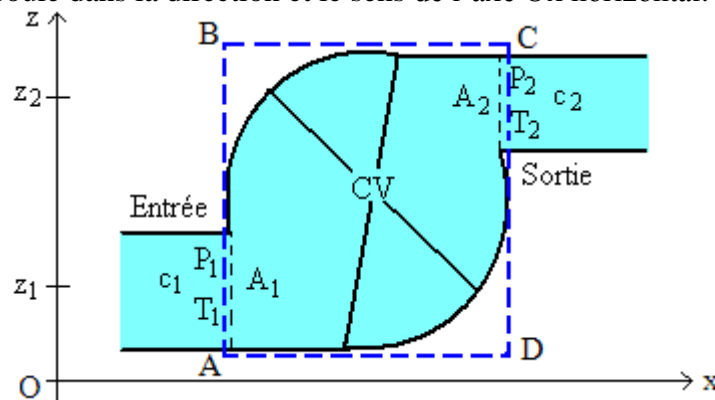
Dans ce cas de régime, les équations de conservation s'écrivent :

Conservation de la masse : $\sum \dot{m}_s - \sum \dot{m}_e = 0$

Conservation de l'énergie: $\sum \dot{m}_s \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_s - \sum \dot{m}_e \left(h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_e = \dot{Q} + \dot{W}$

Cas particulier d'une seule entrée et d'une seule sortie :

Un fluide (liquide ou gaz) s'écoule dans la conduite d'une installation industrielle (figure ci dessous). Le fluide s'écoule dans la direction et le sens de l'axe Ox horizontal.



Le volume de contrôle, CV, délimité par les frontières ABCDA constitue un volume qui peut éventuellement contenir une machine : compresseur, turbine, etc. Le fluide entre dans le CV par une conduite cylindrique dont l'aire de la section droite est notée A_1 et dont l'axe est situé à l'altitude z_1 dans le champ de pesanteur. Il en ressort par une conduite dont la section droite a une aire A_2 et dont l'axe est situé à l'altitude z_2 dans le champ de pesanteur. On désigne par c la vitesse des particules fluides et on admet que la viscosité du fluide est négligeable, la vitesse reste donc constante en tout point d'un plan de section droite perpendiculaire à l'écoulement.

On désigne par m , P , T , V , E , E_c , E_p , U , H et S , respectivement, la masse, la pression, la température, le volume, l'énergie totale, l'énergie cinétique macroscopique, l'énergie potentielle de pesanteur, l'énergie interne, l'enthalpie et l'entropie du fluide.

Les valeurs massiques des différentes grandeurs extensives seront représentées par des lettres minuscules. Ces grandeurs seront affectées de l'indice 1 ou de l'indice 2 suivant qu'elles caractériseront l'état du gaz à l'entrée ou à la sortie du volume CV.

Dans ces conditions les lois de conservation se simplifient en :

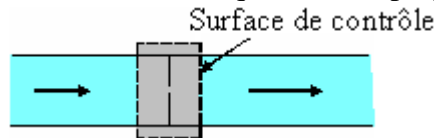
$$\begin{cases} (h + \frac{c^2}{2} + gz)_2 - (h + \frac{c^2}{2} + gz)_1 = q + w \\ \dot{m}_2 = \dot{m}_1 = \dot{m} \end{cases}$$

où q et w sont la chaleur et le travail **échangés** par unité de masse : $q = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}}$ et $w = \frac{\dot{W}}{\dot{m}}$.

4. Applications

4.1) La détente à travers une vanne

Considérons la **détente à travers une vanne**, telle que celle employée dans la machine frigorifique.



Le système est supposé **en régime permanent** et ne reçoit aucun travail.

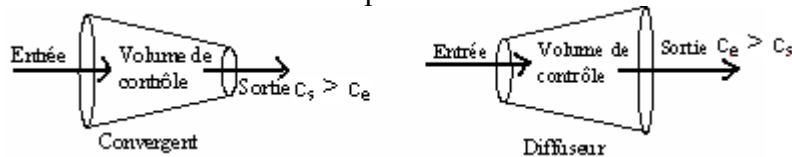
$$\dot{m}_s = \dot{m}_e = \dot{m} \text{ et } h_e + \frac{c_e^2}{2} = h_s + \frac{c_s^2}{2}$$

L'augmentation d'énergie cinétique est souvent négligeable, de sorte que $h_e \approx h_s$.

4.2) Convergent et diffuseur

Un **convergent** est un passage dont la section de sortie est plus petite que la section d'entrée. Il accélère ainsi un écoulement incompressible.

Un **diffuseur** (ou **divergent**) est un passage dont la section de sortie est plus grande que la section d'entrée. Il décélère ainsi un écoulement incompressible.



Ces deux systèmes ne font pas intervenir l'échange de travail des forces de pression ($w_p=0$) et peuvent être adiabatique ou non.

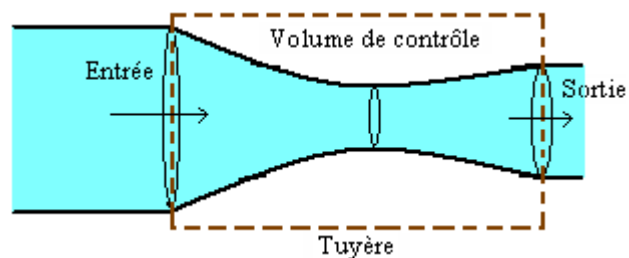
Bilans en régime permanent :

- bilan de masse : $\dot{m}_s = \dot{m}_e = \dot{m}$;
- bilan d'énergie : $(h_s + \frac{c_s^2}{2} + gz_s) - (h_e + \frac{c_e^2}{2} + gz_e) = q$, très souvent on néglige la variation de l'énergie potentielle et la chaleur échangée.

Tuyère :

Si le convergent est suivi d'un divergent, on parle de tuyère. Par construction, l'écoulement dans une tuyère peut être admis comme adiabatique. Soit $c_{s,r}$ la **vitesse réelle** de l'écoulement à la sortie de la tuyère et $c_{s,s}$ la vitesse à la sortie dans les conditions isentropiques (adiabatique réversible). On définit le rendement isentropique par :

$$\eta_{\text{tuyère}} = \frac{c_{s,r}^2 / 2}{c_{s,s}^2 / 2}$$



Exemple : soit une tuyère isentropique à air fonctionnant en ERP avec $P_e = 10 \text{ bar}$, $\dot{m} = 0.5 \text{ kg/s}$, $T_e = 100^\circ\text{C}$, $c_e = 10 \text{ m/s}$ et $P_s = 4 \text{ bar}$, $c_s = 665 \text{ m/s}$. Déterminer les sections d'entrée et de sortie de cette tuyère. Calculer la variation d'enthalpie à travers la tuyère.

Rép. : Transformation adiabatique $TP^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cte}$ donne $T_s = \left(\frac{P_e}{P_s}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} T_e = 287 \text{ K} = 14.1^\circ\text{C}$

Air = gp, $Pv = \frac{R}{M}T$ donc $v_s = \frac{R}{M_{\text{air}}} \frac{T_s}{P_s} = 2.0576 \text{ m}^3/\text{kg}$ et $v_e = \frac{R}{M_{\text{air}}} \frac{T_e}{P_e} = 1.06935 \text{ m}^3/\text{kg}$

$$A_e = \dot{m} \frac{v_e}{c_e} = 535 \text{ cm}^2 \text{ et } A_s = \dot{m} \frac{v_s}{c_s} = 51.44 \text{ m}^2$$

4.3) Turbine

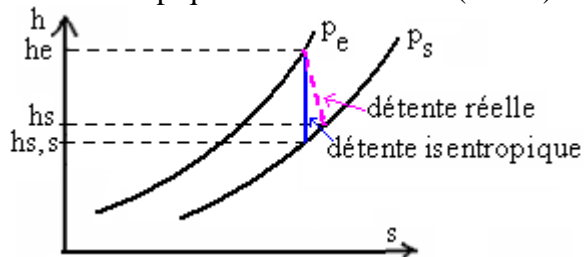
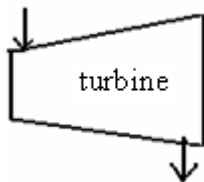
C'est un système thermodynamique qui produit du travail suite à la détente d'un fluide. Il existe des turbines à gaz ou à vapeur d'eau et des turbines hydrauliques.

- **Représentation** schématique (ci-bas) ;
- **Fonctionnement** : ERP et souvent avec e_p et e_c négligeables devant h ;
- **Conditions idéales** : adiabatique réversible (isentropique), d'où un rendement isentropique :

$$\eta_{s,\text{turbine}} = \frac{w_{\text{réel}}}{w_s} (\approx 80\%)$$

- **Bilans** : $\dot{m}_s = \dot{m}_e = \dot{m}$ et $h_{s,s} - h_e = w_s$, sachant que $h_{s,s}$ et w_s sont l'enthalpie et le travail dans les conditions isentropiques.

- **Diagramme de Mollier** (h,s) : détentes réelle et isentropique dans une turbine (ci-bas).



Exemple : Turbine à air qui produit 244 kJ/kg en ERP avec $P_e = 1 \text{ MPa}$, $T_e = 300^\circ\text{C}$ et $P_s = 15 \text{ kPa}$. Les variations d' E_c et d' E_p sont négligeables. La chaleur massique de l'air est $c_p = 1004 \text{ J/kg/K}$. Déterminer le rendement isentropique.

Rép. : Transformation adiabatique $TP^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{cte}$ donne $T_s = \left(\frac{P_e}{P_s}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} T_e = 296.8 \text{ K} = 24^\circ\text{C}$

$h_s - h_e = c_p(T_s - T_e) = w_{t,s} = -277.1 \text{ kJ/kg}$ et le rendement $\eta_{t,s} = \frac{244}{w_{t,s}} = \frac{244}{277.1} = 0.88$

4.4) Compresseurs et pompes

Un **compresseur** est une machine où un gaz reçoit du travail pour augmenter sa pression. L'équivalent pour les liquides est une **pompe**.

Bilans en régime permanent d'une pompe ou d'un compresseur :

bilan de masse : $\dot{m}_s = \dot{m}_e = \dot{m}$; bilan d'énergie : $h_s - h_e + (c_s^2 - c_e^2)/2 + g(z_s - z_e) = q + w$



Le travail du compresseur ou de la pompe obtenu à partir d'un bilan d'énergie en considérant un processus isentropique, w_s , est donc une valeur idéale (non réelle). Pour déterminer la valeur réelle du travail, $w_{\text{réel}}$, consommée par un compresseur ou une pompe on définit le rendement isentropique de la machine par :

$$\eta_{s,\text{compresseur},\text{pompe}} = \frac{w_s}{w_{\text{réel}}} \quad (\text{machine réceptrice}).$$

Dans le cas d'un refroidissement isotherme dans un compresseur, le second principe donne :

$s_s - s_e = \frac{q_{\text{révers}}}{T}$. On définit alors le rendement isotherme par : $\eta_{s,\text{comp. refroid}} = \frac{w_T}{w_{\text{réel}}}$. w_T est le travail reçu par le compresseur lors d'une évolution idéale.

Exemple : Compresseur en ERP d'un **gaz parfait** avec $P_e = 1 \text{ bar}$, $T_e = 290 \text{ K}$, $c_e = 6 \text{ m/s}$, $A_e = 0,1 \text{ m}^2$ et $P_s = 7 \text{ bar}$, $T_s = 450 \text{ K}$, $c_s = 2 \text{ m/s}$. La chaleur échangée est $\dot{Q} = -180 \text{ kJ/min}$. Calculer le travail consommé par ce compresseur.

Rép. On utilise l'équation du bilan d'énergie : $h_s - h_e + (c_s^2 - c_e^2)/2 = q + w$, l'équation $\dot{m}v_e = A_e c_e$ sachant que $Mv_e P_e = RT_e \Rightarrow v_e = 0,832 \text{ m}^3/\text{kg}$, gp donc on a l'équation $dh = c_p dT$ donne $h_s - h_e = 160,6 \text{ kJ/kg}$ et $\dot{w}_c = 118,89 \text{ kW}$. Pour un compresseur adiabatique on arrive à $\dot{w}_{c,\text{ad}} = 115,89 \text{ kW}$, et si on néglige la variation de l'énergie cinétique, on obtient : $\dot{w}'_c = 115,9 \text{ kW}$ pratiquement le même résultat.

5/ Le second principe de la thermodynamique pour les systèmes ouverts

En suivant le même raisonnement qu'avant, le taux de variation de l'entropie d'un système ouvert peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dS_o}{dt} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{\text{créée}}$$

Pour les systèmes ouverts en **régime permanent** déjà définis avant, l'expression précédente se simplifie en : $\sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{\text{créée}}$, et, dans le **cas particulier d'une seule entrée et**

d'une seule sortie : $\dot{m}(s_s - s_e) = \sum \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{S}_{\text{créée}}$.

Pour une **transformation adiabatique**, on aura donc : $s_s - s_e = \frac{\dot{S}_{\text{créée}}}{\dot{m}} \geq 0$.

6/ Rendement des machines thermodynamiques (Systèmes ouverts avec échange de travail)

Pour les systèmes avec échange de travail, le rendement est défini de manière générale par les expressions :

$$\eta = \frac{w_{\text{idéal}}}{w_{\text{réel}}} \quad \text{Machine réceptrice (pompe, ventilateur, compresseur) ;}$$

$$\eta = \frac{W_{\text{réel}}}{W_{\text{idéal}}}$$

Machine motrice (turbine), où $w_{\text{idéal}}$ est le travail idéal de la machine.

Les diverses définitions du rendement diffèrent selon la manière dont on définit la machine idéale.

7/ Exercices d'applications

Exercice 1 : Machine motrice

Dans une machine adiabatique arrive 10m^3 d'air à 5 bars. Cet air effectue dans la machine un travail interne de 6,47MJ et sort alors à 1bar et avec un volume de $31,5\text{m}^3$. On négligera la variation des énergies cinétique et potentielle de l'air dans la machine.

Trouver les variations de l'énergie interne et de l'enthalpie de l'air pendant son écoulement. Montrer si cet écoulement est réversible ou non.

Exercice 2 : Compresseur à air

Dans un compresseur à parois non adiabatiques, on comprime de l'air par apport d'un travail égal à 10 MJ. L'enthalpie de l'air ne change pas pendant ce processus de compression. Quelle quantité de chaleur est fournie ou cédée au système pendant cette compression. Expliquer le signe.

Exercice 3 : Turbine à air

De l'air entre dans une turbine où il se détend de manière **isentropique**. L'air entre sous $P_1=400\text{kPa}$, $T_1=627^\circ\text{C}$ et $c_1=95\text{m/s}$ et quitte la turbine sous $P_2=100\text{kPa}$ et une vitesse $c_2=150\text{m/s}$. La turbine a une section de sortie $A_2=40\text{cm}^2$.

- 1/ Calculer les volumes massiques v_1 , v_2 et la température T_2 de l'air à l'entrée et la sortie de la turbine.
- 2/ En déduire la valeur du débit massique de l'air \dot{m} dans la turbine et la section d'entrée A_1 .
- 3/ On négligera la variation de l'énergie cinétique, calculer le travail isentropique de la turbine $w_{t,s}$.
- 4/ On admet que la turbine n'est plus isentropique et la température de l'air à sa sortie est $T_{2,r}=352^\circ\text{C}$. Calculer son volume massique $v_{2,r}$.
- 5/ Calculer alors la variation d'entropie, Δs , de l'air dans la turbine. Justifier le signe obtenu.
- 6/ Calculer la puissance $\dot{w}_{t,r}$ en kW et son rendement isentropique $\eta_{t,s}$.

Indications de solution

Exercice 1 : Machine motrice

Les variations d'énergie interne et d'enthalpie de l'air sont données par les relations : $H_2 - H_1 = W$. C'est-à-dire $\Delta H = -6,47\text{MJ}$: c'est le travail que l'air a effectué. La variation de l'énergie interne est : $\Delta U = \Delta H - (P_2 V_2 - P_1 V_1) = -4,62\text{MJ}$.

Puisque les états initial et final sont connus (gaz parfait et P_1 , V_1 , P_2 et V_2), alors :

$$V_{2,s} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1/\gamma} V_1 = 31,57\text{m}^3 \approx V_2 : \text{donc l'écoulement est quasi réversible } (\Delta V = 0.2\%).$$

Exercice 2 : Compresseur à air

Compresseur à parois non adiabatiques avec apport de travail : $H_2 - H_1 = W + Q$, comme l'enthalpie de l'air ne change pas pendant ce processus de compression $W + Q = 0$. Ce qui montre que $Q = -10\text{MJ}$. Le gain de travail se compense par une perte de chaleur dans le compresseur.

Exercice 3 : Turbine à air

$$1/ v_1 = \frac{RT_1}{MP_1} = 0,6451 \text{ m}^3 / \text{kg} , \quad v_2 = v_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{1/\gamma} = 1,7365 \text{ m}^3 / \text{kg} \quad \text{et} \quad T_2 = \frac{MP_2 v_2}{R} = 605,71 \text{ K}$$

$$2/ \dot{m} = \frac{A_2 c_2}{v_2} = 0,3455 \text{ kg} / \text{s} \quad \text{et} \quad A_1 = \dot{m} \frac{v_1}{c_1} = 0,02346 \text{ m}^2 = 234,6 \text{ cm}^2 .$$

$$3/ h_2 - h_1 = w_{t,s} = c_p (T_2 - T_1) = -295,52 \text{ kJ} / \text{kg}$$

$$4/ v_{2,r} = \frac{RT_{2,r}}{MP_2} = 1,7918 \text{ m}^3 / \text{kg}$$

5/ Pour un gaz parfait : $\Delta s = c_v \ln \frac{T_{2,r}}{T_1} + \frac{R}{M} \ln \frac{v_{2,r}}{v_1} = 31,37 \text{ J} / \text{kg} / \text{K}$, l'apport des irréversibilités dans la variation d'entropie est plus important que celui des échanges de chaleur.

$$6/ \text{En négligeant l'échange de chaleur, } \dot{w}_{t,r} = \dot{m} c_p (T_{2,r} - T_1) = -954,1 \text{ kW} \quad \text{et} \quad \eta_s = \frac{w_{t,r}}{w_{t,s}} = 93,45\% .$$

Tableau : masse molaire et capacité massique de certains gaz.

Gaz	Masse molaire (g/mol)	Température (°C)	Capacité massique (c_p) (J/kg/K)	$\frac{1}{\gamma - 1}$
Air	29	0 - 100	1004	2.48
Argon	39.948	15	520	1.54
Diazote	28.013	0 – 200	1025	2.46
Dioxyde de carbone	44.01	20	650	3.44
Hélium	4.003	18	3160	1.52
Dihydrogène	2.016	16	10140	2.46
Dioxygène	31.999	13 – 207	920	2.50
Vapeur d'eau	18.015	100	2010	3.65