

EXERCICE BAC "D" 2002

Une fusée de masse $m_0 = 100$ tonnes est destinée à placer un satellite en orbite autour de la terre

1. Déterminer l'accélération du centre d'inerte de la fusée lorsque celle-ci quitte le sol, sachant que les moteurs exercent une force vertical d'intensité $f = 2.10^6$ N. L'intensité de la pesanteur au sol est $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$.
2. Arrivée à l'altitude $h = 13.600 \text{ km}$, la fusée place le satellite sur une orbite circulaire. On rappelle que l'intensité de la pesanteur g à l'altitude h s'exprime en fonction de celle au niveau du sol par la relation :

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

R étant le rayon de la Terre.

a.. Montrer par une étude dynamique que le mouvement du satellite est uniforme.

b. Calculer :

- la vitesse linéaire
- la période de révolution du satellite

On donne : rayon de la Terre : $R = 6,4.10^3 \text{ km}$

EXERCICE BAC "D" 1981

Un satellite de masse $M = 100 \text{ kg}$ est fixé à une fusée qui se déplace d'un mouvement rectiligne vertical uniformément accéléré.

1. On veut communiquer au satellite une vitesse de 10 km/s . La fusée a une accélération de 80 m/s^2 .
 - a. Au bout de combien de temps et à quelle altitude cette vitesse sera-t-elle atteinte ?
 - b. Quelle est la force exercée sur le satellite au démarrage (altitude 0) ?
 - c. Que dévient cette force à l'altitude calculée en a ?
2. Dans le satellite est accroché verticalement un ressort de longueur à vide égal à 20 cm auquel est suspendu une masse $m = 100 \text{ g}$. Pour une force de 1 N le ressort s'allonge de 1 cm .

Quelle est la longueur du ressort :

- a. au démarrage (altitude 0) ?
- b. à l'altitude 1600 km ?

3. Le satellite tourne maintenant autour de la Terre à l'altitude 1600 km d'un mouvement circulaire uniforme .

- a. Calculer son poids
- b. Quelle doit être sa vitesse linéaire
- c. En combien de temps fait-il un tour ?

NB : l'intensité de la pesanteur en fonction de l'altitude z

$$\text{est : } g(z) = g_0 \frac{R^2}{(R+z)^2}$$

R = rayon de la Terre = 6400 km ;

g_0 = intensité de pesanteur au sol = 10 m/s^2

Rép : 125 s ; 625 km ; 9000 N ; 8830 N ; 29 cm ; $28,64 \text{ cm}$; 640 N ;

7155.4 m/s ; 7021 s soit

$$\int_D^A \frac{d\omega}{dt} dt = [\omega]_D^A$$

[Signature]

Exercice :

La terre est assimilée à une sphère de rayon R dont la répartition de masse est supposée à symétrie sphérique. On désigne par g_0 l'intensité du champ de gravitation au niveau du sol, par M la masse de la terre et par G la gravitation universelle.

1. Etablir l'expression de l'intensité du champ de gravitation créée par la terre à l'altitude Z au-dessus du sol terrestre.
2. Dans un repère géocentrique, supposé galiléen, un satellite de la terre, de masse m , décrit une orbite circulaire à une altitude Z .
 - a. Etablir l'expression de la vitesse V de ce satellite en fonction de g_0 , R et Z .
 - b. En déduire sa période de révolution T .

Application numérique : $R = 6400\text{km}$; $g_0 = 9,8\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$; $Z = 150\text{km}$.

3. En prenant comme référence : $E_p = 0$ lorsque Z est infiniment grand, l'énergie potentielle d'un

satellite de masse m placé dans le champ de gravité terrestre est $E_p = -G \frac{mM}{R+Z}$.

Déterminer l'expression de son énergie mécanique. En déduire la valeur numérique de l'énergie mécanique du satellite précédent dont la masse est $m = 5000\text{kg}$.

Rép : $7,8\text{km/s}$; 5260s soit $1\text{h } 28\text{mn}$; $-153 \cdot 10^9\text{J}$

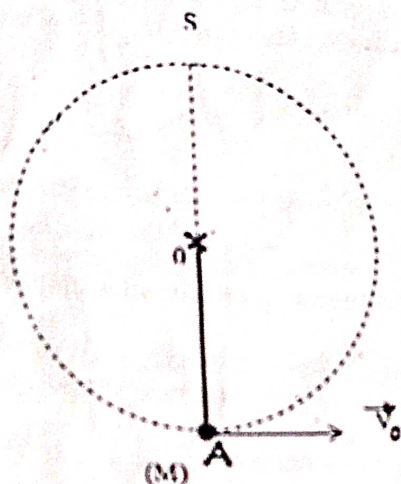
Exercice

1. Une fusée destinée à mettre un satellite sur orbite a une masse totale (y compris le combustible et le satellite) de 20 tonnes au départ. On veut qu'elle s'élève verticalement avec une accélération verticalement, dirigée vers le haut, de module 8m/s^2 .
Quelle doit être au départ l'intensité de la poussée F (force verticale exercée par le moteur) ?
On négligera l'action de l'air sur la fusée. On prendra $g = 10\text{m/s}^2$.
2. A l'altitude 1600km le satellite, petit véhicule sans moteur, de masse 80kg , est mis sur orbite. La trajectoire de son centre de gravité est une circonférence ayant pour centre géométrique le centre de la Terre. Son mouvement est circulaire uniforme. Le module V de sa vitesse est égale 25740km/h :
 - a) Quelle est l'intensité de la résultante des forces agissant sur le satellite (force centripète) ? Le rayon de la terre mesure 6400km .
 - b) Si l'on néglige l'attraction du Soleil et de la Lune, le satellite se trouvant en dehors de l'atmosphère et voyageant dans le vide, à quelle force se réduit la force centripète ?
En déduire une valeur de l'intensité de la pesanteur g' pour l'altitude 1.600km .

Exercice "BAC 'C'" §3 (30min)

Une fronde est constituée par un objet ponctuel (M) de masse m accroché à l'une des extrémités d'un fil, de longueur l et de masse négligeable, dont l'autre extrémité O est maintenue fixe.

On fait tourner la fronde au tour de O, dans le plan vertical, de manière que l'objet ponctuel (M) décrive un cercle de centre O. Pour provoquer ce mouvement, on communique à l'objet (M) quand le système est dans sa position d'équilibre OA, une vitesse horizontale \vec{V}_0 (fig 1)



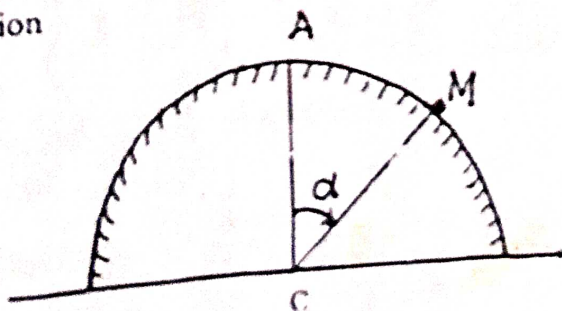
- 1- exprimer en fonction de V_0 , l et g , la vitesse V_S de l'objet ponctuel (M) quand il passe au sommet S de sa trajectoire
- 2- exprimer en fonction de m , l , V_0 et g , la tension T du fil quand l'objet (M) est dans sa position S.
- 3- quelle doit être la valeur minimale de la vitesse V_0 pour que le fil reste tendu en S ?

Données $l = 0,80\text{m}$; $g = 10\text{m/s}^2$

Exercice

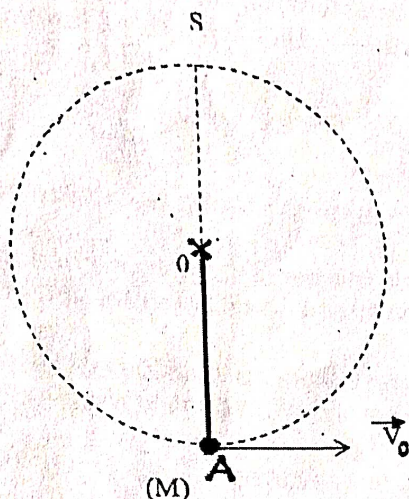
Une bille M assimilable à un point matériel de masse m est en équilibre au sommet A d'un demi cerceau de centre C et de rayon r contenu dans un plan vertical. Sous l'action d'une cause extérieure, la bille quitte le point A avec une vitesse initiale pratiquement nulle, et glisse sans rouler le long du cerceau (fig). On repère la position de la bille par son angle $\alpha = (\vec{CA}, \vec{CM})$

- 1- Etablir l'expression littérale donnant la norme de la vitesse de la bille en fonction de l'angle.
- 2- Exprimer la norme de la force R appliquée par le cerceau à la bille en fonction de m , g , α
- 3- Déterminer l'angle α_0 à partir duquel la bille se décolle du cerceau. Préciser alors les caractéristiques du vecteur vitesse \vec{V}_0 de la bille dans cette position



Exercice BAC "C" §3 (30min)

Une fronde est constituée par un objet ponctuel (M) de masse m accroché à l'une des extrémités d'un fil, de longueur l et de masse négligeable, dont l'autre extrémité 0 est maintenue fixe. On fait tourner la fronde au tour de 0, dans le plan vertical, de manière que l'objet ponctuel (M) décrive un cercle de centre 0. Pour provoquer ce mouvement, on communique à l'objet (M) quand le système est dans sa position d'équilibre OA, une vitesse horizontale \vec{V}_0 (fig 1)



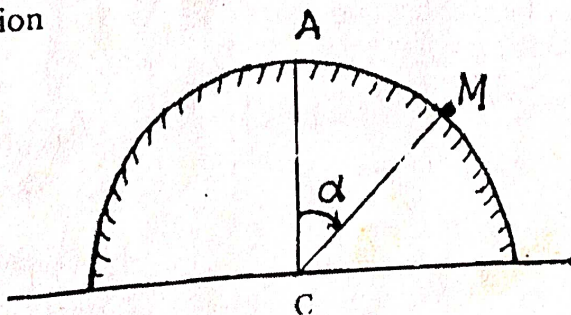
- 1- exprimer en fonction de V_0 , l et g , la vitesse V_s de l'objet ponctuel (M) quand il passe au sommet S de sa trajectoire
- 2- exprimer en fonction de m , l , V_0 et g , la tension T du fil quand l'objet (M) est dans sa position S.
- 3- quelle doit être la valeur minimale de la vitesse V_0 pour que le fil reste tendu en S ?

Données $l = 0,80\text{m}$; $g = 10\text{m/s}^2$

Exercice

Une bille M assimilable à un point matériel de masse m est en équilibre au sommet A d'un demi cerceau de centre C et de rayon r contenu dans un plan vertical. Sous l'action d'une cause extérieure, la bille quitte le point A avec une vitesse initiale pratiquement nulle, et glisse sans rouler le long du cerceau (fig) On repère la position de la bille par son angle $\alpha = (\vec{CA}, \vec{CM})$

- 1- Etablir l'expression littérale donnant la norme de la vitesse de la bille en fonction de l'angle.
- 2- Exprimer la norme de la force R appliquée par le cerceau à la bille en fonction de m , g , α
- 3- Déterminer l'angle α_0 à partir duquel la bille se décolle du cerceau. Préciser alors les caractéristiques du vecteur vitesse \vec{V}_0 de la bille dans cette position



EXERCICE

1. Un solide ponctuel (S) de masse m est attaché à l'extrémité B d'un fil de longueur $l = AB = 40\text{cm}$. L'extrémité A du fil étant fixe, on impose au solide S un mouvement circulaire autour de A dans un plan vertical, en communiquant au solide S, alors au repos au point B la vitesse initiale horizontale \vec{V}_B (fig.1). La position M du solide S au cours de son mouvement est repérée par l'angle $\alpha = (\vec{AB}, \vec{AM})$.
- a. Montrer que l'intensité de la tension du fil en fonction de la vitesse du solide, de α , m , g et l vérifie la relation

$$T = mg \cos \alpha + m \frac{V^2}{l}$$

- b. En déduire la valeur minimale de la vitesse V_B au point culminant B' atteint par le solide, pour que le fil reste tendu.
- c. En déduire la vitesse V_B minimale initialement communiquée au solide S.
2. Le solide S est libéré de son attache lorsqu'il passe en montant par le point O tel que $\theta = (\vec{AB}, \vec{AO})$ avec la vitesse \vec{V}_0 . En prenant comme origine des dates l'instant où le solide est libéré, établir les équations horaires du mouvement de S après sa libération dans le repère (O, x, y) du plan vertical (fig.3). En déduire l'équation et la nature de la trajectoire

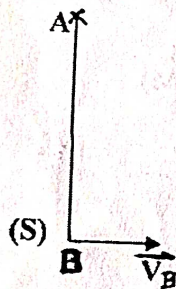


Figure 1

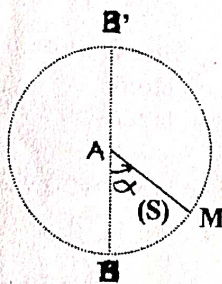


Figure 2

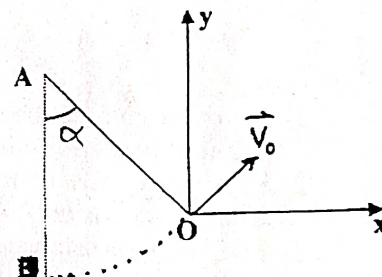
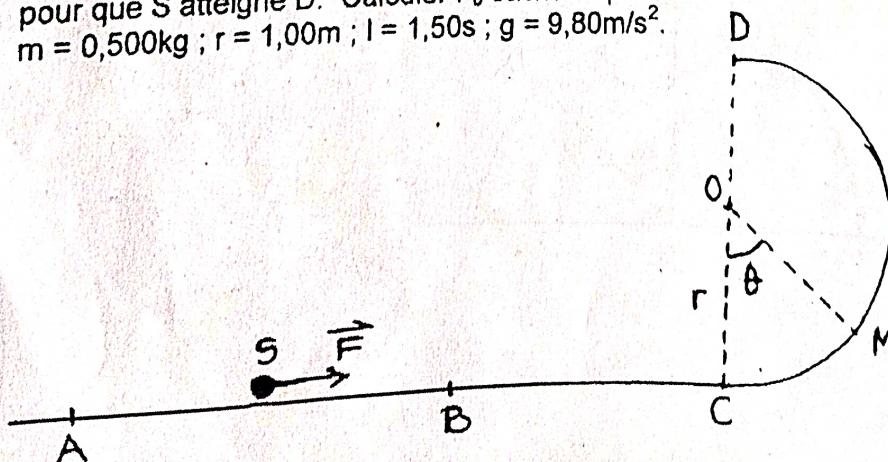


Figure 3

EXERCICE

Un solide ponctuel S de masse m , initialement en repos en A est lancé sur la piste ACD. On fait agir sur lui, le long du trajet AB de sa trajectoire une force \vec{F} d'intensité constante. On pose $AB = l$. Les forces de frottement sont supposées négligeables. AB est horizontal et CD est un demi-cercle de centre O et de rayon r .

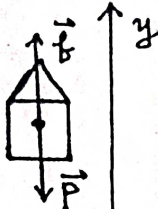
- Déterminer, en fonction de F, l et m , la valeur V_B de la vitesse de S en B.
- Au point M défini par l'angle $(\vec{OC}, \vec{OM}) = \theta$, établir, en fonction de F, l, m, r, θ et g :
 - La valeur V de la vitesse de S ;
 - L'intensité R de la réaction \vec{R} de la piste.
- De l'expression de R , déduire, en fonction de m, g, r et l , la valeur minimale F_0 de F pour que S atteigne D. Calculer F_0 sachant que : $m = 0,500\text{kg}$; $r = 1,00\text{m}$; $l = 1,50\text{m}$; $g = 9,80\text{m/s}^2$.



EXERCICE "D" 2002

- ① Déterminons l'accélération de la fusée lors de la mise sur orbite du satellite

$$\begin{aligned} m_0 &= 100 \cdot 10^3 \text{ kg} \\ f &= 2 \cdot 10^6 \text{ N} \\ g_0 &= 9,8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$



Système : fusée de masse m

Referentiel : T.S.G

Bilan des forces : \vec{P} et \vec{f}

T.C.I : $\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

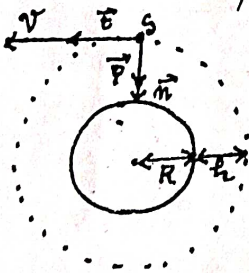
Projection sur Oy :

$$-mg + f = ma ; \text{ on tire}$$

$$a = \frac{f - mg}{m} ; \text{ soit}$$

$$\boxed{a = \frac{f}{m} - g} ; a = 10,8 \text{ m/s}^2$$

- ② a. Montrons que le mvt du satellite est uniforme



- Système : satellite de masse m
- Referentiel : T.S.G
- Bilan des forces : \vec{P}
- T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a}$

• Projection sur la tangentielle :

$$0 = ma_t \Leftrightarrow a_t = 0 \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v = \text{cte} : \text{mvt circulaire}}$$

b. Calculons la vitesse linéaire

• T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a}$

• Projection sur la normale :

$$mg = ma_n \Leftrightarrow a_n = g$$

$$\Leftrightarrow \frac{v^2}{r} = g_0 \frac{R^2}{r^2} \Leftrightarrow v^2 = \frac{g_0 R^2}{r}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{R+h}}} \quad \begin{cases} g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2 \\ R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m} \\ h = 136 \cdot 10^6 \text{ m} \end{cases}$$

Calculons la période du satellite

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{v}{r}} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi(h+R)}{v}}$$

EXERCICE "D" 1981

- ① a. Durée du mvt rectiligne uniformément varié.

$$v_0 = 0 ; v_f = 10.000 \text{ m/s} ; a = 80 \text{ m/s}^2$$

$$m.r.u.v ; \text{ donc } v = at + v_0$$

On tire $\boxed{t = \frac{v - v_0}{a}}$

Altitude atteinte

$$h = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t ; \text{ or } v_0 = 0 ; \text{ d'où}$$

$$\boxed{h = \frac{1}{2}at^2} ; h = 625 \text{ Km}$$

b. Force exercée sur le satellite.

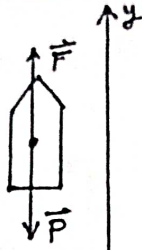
- Bilan : \vec{F} et \vec{P}

- T.C.I. : $\vec{F} + \vec{P} = m\vec{a}$

- Projection sur Oy

$$F - mg = ma$$

$$F = m(a + g)$$



Au démarrage $h=0$

$$\boxed{F_0 = m(a + g_0)} ; F_0 = 9000 \text{ N}$$

A l'altitude $h = 625000 \text{ m}$

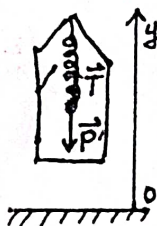
$$\boxed{F = m \left[a + \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2} \right]} F = 8830 \text{ N}$$

② Longueur du ressort

$$m' = 100 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}$$

$$l_0 = 20 \text{ cm} = 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$f = 1 \text{ N} \rightarrow \Delta l = 1 \text{ cm}$$



- Système : solide de masse m'

- Référentiel : T.S.G

- Bilan des forces extérieures : \vec{T} et \vec{P}'

- T.C.I. : $\vec{T} + \vec{P}' = m'\vec{a}$

- Projection suivant Oy :

$$T - P' = m'a$$

$$\Leftrightarrow k\Delta l - m'g = m'a$$

$$\Leftrightarrow k(l - l_0) = m'(a + g)$$

$$\Leftrightarrow l - l_0 = \frac{m'(a + g)}{k}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{l = l_0 + \frac{m'(a + g)}{k}}$$

a. Au démarrage $h=0$

$$\boxed{l = l_0 + \frac{m'(a + g_0)}{k}}$$

Détermination de k : $f = 1 \text{ N} \rightarrow \Delta l = 1 \text{ cm}$
 or $f = k\Delta l \rightarrow k = \frac{f}{\Delta l} = \frac{1}{10^{-2}} = 100 \text{ N/m}$

$$l = 20 \cdot 10^{-2} + \frac{100 \cdot 10^{-3} (80 + 90)}{100} ; \boxed{l = 39 \text{ cm}}$$

b. A l'altitude $h = 1600 \text{ Km}$

$$\boxed{l = l_0 + \frac{m' \left[a + \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2} \right]}{k}}$$

$$l = 28,64 \text{ cm}$$

③ a. Calculons son poids à $h = 1600 \text{ Km}$

$$P = mg \Leftrightarrow \boxed{P = m \frac{g_0 R^2}{(R+h)^2}}$$

$$P = 640 \text{ N}$$

b. Vitesse linéaire V du satellite

$$a_n = g \Leftrightarrow \frac{v^2}{r} = \frac{g_0 R^2}{R+h} \Leftrightarrow v^2 = \frac{g_0 R^2}{R+h}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{R+h}}} \quad v = 7155,4 \text{ m/s}$$

c. Période de T_0

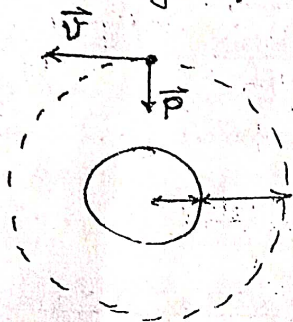
$$T = \frac{2\pi}{\omega} ; T = \frac{2\pi}{\frac{v}{r}} ; T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi(R+h)}{v}} \quad T = 7021 \text{ s}$$

EXERCICE 1

$R, g_0, M, G.$

① Expression de g en fonction de z



$$F = \frac{GmM}{r^2} = mg$$

$$\Leftrightarrow g = \frac{GM}{r^2}$$

$$\Leftrightarrow g = \frac{GM}{(R+z)^2} \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow g_0 = \frac{GM}{R^2} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} : \frac{g}{g_0} = \frac{GM}{(R+z)^2} \cdot \frac{R^2}{GM}$$

$$\Leftrightarrow \frac{g}{g_0} = \frac{R^2}{(R+z)^2} \Leftrightarrow g = \frac{g_0 R^2}{(R+z)^2}$$

② Expression de V en fonction de g_0, R et z

* Système : satellite de masse m

* Référentiel : G.S.G.

* Bilan des forces : \vec{P}

* T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a}$

* Projection sur l'annormale :

$$mg = ma_n$$

$$\Leftrightarrow a_n = g$$

$$\Leftrightarrow \frac{v^2}{R+z} = \frac{g_0 R^2}{(R+z)^2}$$

$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{g_0 R^2}{R+z}$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{R+z}}$$

AN: $R = 6400 \text{ km} = 6400.000 \text{ m}$
 $z = 150 \text{ km} = 150.000 \text{ m}$
 $R+z = 6550 \text{ km} = 6550.000 \text{ m}$

$$v = 7,8 \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

b. Dédution de la période T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{v}{R+z}} = \frac{2\pi(R+z)}{v}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{2\pi(R+z)}{v}$$

AN: $T = \frac{2 \times 3,14 \times 6550000}{7,8 \cdot 10^3}$

$$T = 5260 \text{ s soit } 1 \text{ h } 28 \text{ mn}$$

③ Expression de l'énergie mécanique

$$E_M = E_C + E_P$$

$$\Leftrightarrow E_M = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GmM}{R+z}$$

$$\Leftrightarrow E_M = \frac{1}{2} m \frac{g_0 R^2}{R+z} - m \frac{g_0 R^2}{R+z} ; GM = g_0 R^2$$

$$\Leftrightarrow E_M = \left(\frac{1}{2} - 1\right) m \frac{g_0 R^2}{R+z}$$

$$\Leftrightarrow E_M = -\frac{1}{2} m \frac{g_0 R^2}{R+z}$$

A.N: $E_M = -0,5 \times 5000 \times 9,8 (6400.000)^2$
 6550.000

$$E_M = -153.10^9 \text{ J}$$

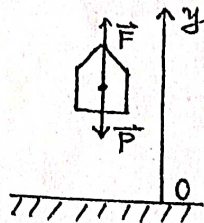
EXERCICE 2

① Intensité de la poussée F au départ

$$M = 20 \cdot 10^3 \text{ Kg}$$

$$a = 8 \text{ m/s}^2$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



Système: fusée de masse M

Referentiel: T. S. G

Bilan: \vec{P} et \vec{F}

$$\text{T.C.I: } \vec{P} + \vec{F} = M \cdot \vec{a}$$

Projection suivant Oy :

$$F - Mg = Ma$$

$$\Leftrightarrow F = Ma + Mg$$

$$\Leftrightarrow \boxed{F = M(a + g)}$$

$$\text{AN: } F = 20 \cdot 10^3 (8 + 10)$$

$$\underline{F = 36 \cdot 10^4 \text{ N}}$$

② a. Intensité de la résultante des forces sur le satellite.

$$h = 1600 \text{ Km}$$

$$m = 80 \text{ Kg}$$

$$V = 25740 \text{ Km/h} ; R = 6400 \text{ Km.}$$

Dans un mouvement circulaire uniforme, la résultante des forces est une force normale et centripète d'intensité $f = m a_n$.

$$\text{Or } a_n = \frac{v^2}{R+h} ; \text{ d'où}$$

$$\boxed{f = m \frac{v^2}{R+h}}$$

b. Nature de la force

Si l'on néglige l'attraction du soleil et de la lune, alors la force centripète se réduit au poids du satellite.

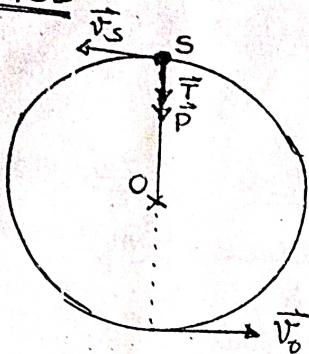
Deduction de g à 1600 Km

$$f = P$$

$$\Leftrightarrow f = mg$$

$$\Leftrightarrow \boxed{g = \frac{f}{m}} \quad \text{AN: } g$$

EXERCICE



- ① Exprimons V_S en fonction de v_0 , l et g
 Appliquons le T.E.C entre les points A et S, les forces extérieures étant \vec{P} et \vec{T}

$$E_C(S) - E_C(A) = W(\vec{P})_{A \rightarrow S} + W(\vec{T})_{A \rightarrow S}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_S^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -mgh_{AS} + 0$$

$$\Leftrightarrow v_S^2 - v_0^2 = -2g \cdot 2l \Leftrightarrow \boxed{v_S^2 = v_0^2 - 4gl}$$

- ② Exprimons T_S en fonction de m , l , v_0 et g

- Système : objet de masse m
- Référentiel : T.S.G
- Bilan des forces : \vec{P} et \vec{T}
- T.C.I au pt S : $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$
- Projection sur la normale \vec{SO} :

$$T_S + mg = ma_n \Leftrightarrow T_S = m(a_n - g)$$

$$\Leftrightarrow T_S = m\left(\frac{v_S^2}{l} - g\right) \Leftrightarrow T_S = m\left(\frac{v_0^2 - 4gl}{l} - g\right)$$

$$\Leftrightarrow T_S = m\left(\frac{v_0^2}{l} - 4g - g\right) \Leftrightarrow \boxed{T_S = m\left(\frac{v_0^2}{l} - 5g\right)}$$

- ③ Valeur minimale de v_0

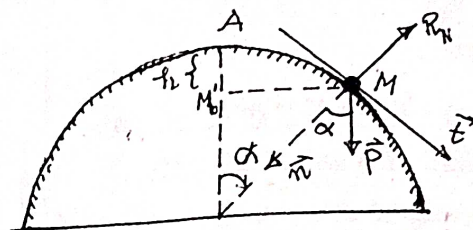
Le fil reste tendu en S ; donc

$$T_S \geq 0 \Leftrightarrow m\left(\frac{v_0^2}{l} - 5g\right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{l} - 5g \geq 0$$

$$\Leftrightarrow v_0^2 - 5gl \geq 0 \Leftrightarrow v_0^2 \geq 5gl$$

$$\boxed{v_{0m} = \sqrt{5gl}} ; v_{0m} = 6,32 \text{ m/s}$$

EXERCICE



- ① Exprimons V_M en fonction de l'angle θ

Appliquons le T.E.C entre les points A et M, les forces extérieures étant \vec{P} et \vec{R}_N

$$E_C(M) - E_C(A) = W(\vec{P})_{A \rightarrow M} + W(\vec{R}_N)_{A \rightarrow M}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_M^2 - 0 = mgh_{AM} + 0$$

$$\Leftrightarrow v_M^2 = 2gh_{AM} \Leftrightarrow v_M^2 = 2gAM'$$

$$\Leftrightarrow v_M^2 = 2g(CA - CM') \Leftrightarrow v_M^2 = 2g(r - r \cos \theta)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v_M = \sqrt{2gr(1 - \cos \theta)}}$$

- ② Exprimons R_N en fonction de m , g et α

* Système : bille de masse

* Référentiel : T.S.G

* Bilan des forces : \vec{P} et \vec{R}_N

* T.C.I : $\vec{P} + \vec{R}_N = m\vec{a}$

* Projection sur la normale

$$P_n - R_N = ma_n \Leftrightarrow mg \cos \alpha - R_N = ma_n$$

$$\Leftrightarrow R_N = mg \cos \alpha - ma_n \Leftrightarrow R_N = m\left(g \cos \theta - \frac{v_M^2}{r}\right)$$

$$\Leftrightarrow R_N = m\left[g \cos \theta - \frac{2gr(1 - \cos \theta)}{r}\right]$$

$$\Leftrightarrow R_N = m[g \cos \theta - 2g(1 - \cos \theta)]$$

$$\Leftrightarrow R_N = m(g \cos \theta - 2g + 2g \cos \theta)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{R_N = m(3g \cos \theta - 2g)}$$

③ Déterminons l'angle α_0 à partir duquel la bille se décolle du cerceau.

La bille se décolle du cerceau quand $R_N = 0 \Leftrightarrow m(3g \cos \theta_0 - 2g) = 0 \Leftrightarrow 3g \cos \theta_0 - 2g = 0$
 $\Leftrightarrow 3g \cos \theta_0 = 2g \Leftrightarrow \cos \theta_0 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \theta_0 = 48^\circ$

Précisons les caractéristiques de la vitesse \vec{v}_0 de la bille à cette position.

D'après la question 1:

$$v_H = \sqrt{2gr(1 - \cos \theta)}; \text{ d'où } v_0 = \sqrt{2gr(1 - \cos \theta_0)}$$

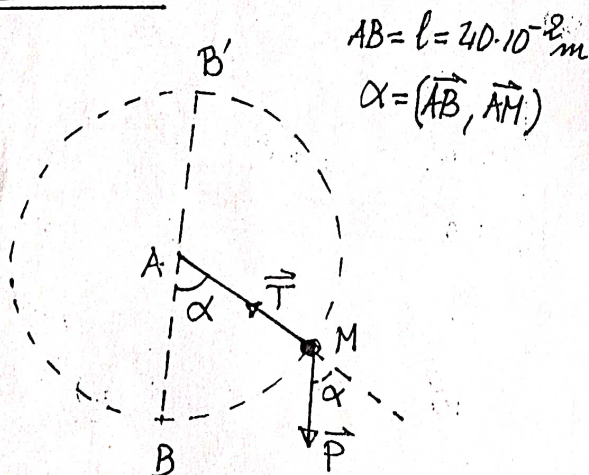
$$\Leftrightarrow v_0 = \sqrt{2gr(1 - \frac{2}{3})} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2}{3}gr}$$

* Direction: Tangente au cercle en M_0

* Sens: Celui du mouvement

* Intensité: $v_0 = \sqrt{\frac{2}{3}gr}$

EXERCICE



$$AB = l = 20 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\alpha = (\vec{AB}, \vec{AM})$$

① a. Montrons que $T = mg \cos \alpha + m \frac{v^2}{l}$

- Système: solide de masse m

- Référentiel: T.S.G

- Bilan des forces: \vec{P} et \vec{T}

- T.C.I en M: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

- Projection sur l'annormale:

$$-P_n + T = ma_n \Leftrightarrow -mg \cos \alpha + T = m \frac{v^2}{l}$$

$$\text{On tire } \boxed{T = mg \cos \alpha + m \frac{v^2}{l}}$$

b. Deduisons la valeur minimale de $v_{B'}$ au point culminant B' pour que le fil reste tendu.

Comme le fil est tendu au point culminant B' , alors $T_{B'} \geq 0$

$$\Leftrightarrow mg \cos \pi + \frac{mv_{B'}^2}{l} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -mg + \frac{mv_{B'}^2}{l} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{mv_{B'}^2}{l} \geq mg$$

$$\Leftrightarrow \frac{v_{B'}^2}{l} \geq g \Leftrightarrow v_{B'} \geq \sqrt{gl}$$

$$\text{D'où } \boxed{v_{B'm} = \sqrt{gl}}$$

c. Deduisons la vitesse minimale initialement communiquée en B.

Appliquons le T.E.E entre les pts B et B' les forces extérieures étant \vec{P} et \vec{T}

$$\frac{1}{2}mv_{B'm}^2 - \frac{1}{2}mv_{Bm}^2 = W(\vec{P})_{B \rightarrow B'} + W(\vec{T})_{B \rightarrow B'}$$

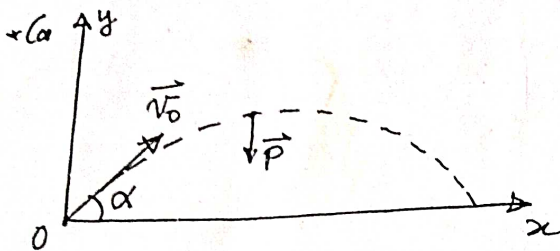
$$\frac{1}{2}mv_{B'm}^2 - \frac{1}{2}mv_{Bm}^2 = -mgh_{BB'} + 0$$

$$mv_{B'm}^2 - mv_{Bm}^2 = -2mg2l$$

$$v_{B'm}^2 - v_{Bm}^2 = -4gl$$

$$gl - v_{Bm}^2 = -4gl \Rightarrow \boxed{v_{Bm} = \sqrt{5gl}}$$

② Etablissons les équations du mouvement de S dans le repère O, x, y



* Conditions initiales:

$$O \left\{ \begin{array}{l} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{array} \right. ; \vec{v}_0 \left\{ \begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{array} \right.$$

* Système: Solide de masse m

* Référentiel: T.S.G

* Bilan des forces: \vec{P}

* T.C.I: $\vec{P} = m\vec{a}$.

* Projection sur les axes:

$$Ox: 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow m \cdot r \cdot u$$

$$Oy: -mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g \Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot v.$$

Donc $\vec{OM} \left\{ \begin{array}{l} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}at^2 + v_{0y}t + y_0 \end{array} \right. ;$

Soit $\vec{OM} \left\{ \begin{array}{l} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{array} \right.$

Deduisons l'équation et la nature de la trajectoire

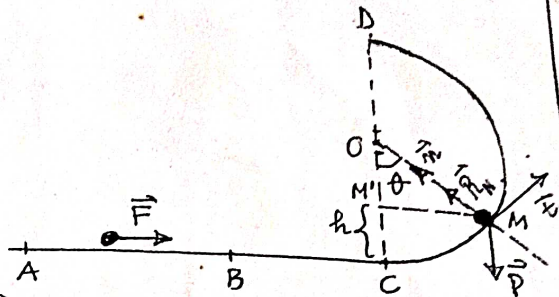
Par élimination de t entre x et y , on a:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} ; \text{ d'où}$$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)$$

Soit $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$

EXERCICE 4



① Déterminons v_B en fonction de F, l, m

Appliquons le T.E.C entre les points A et B, les forces extérieures étant \vec{P} , \vec{R}_N et \vec{F} .

$$E_C(B) - E_C(A) = \sum W(F_{ext})$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = W(\vec{P})_{A \rightarrow B} + W(\vec{R}_N)_{A \rightarrow B} + W(\vec{F})_{A \rightarrow B}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = 0 + 0 + F \cdot AB$$

$$mv_B^2 = 2F \cdot l \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2F \cdot l}{m}}$$

② a. Etablissons $v = f(F, l, m, r, \theta, g)$ au point M.

Appliquons T.E.C entre les pts A et M

$$\Delta E_C = \sum W(F_{ext})$$

$$\Leftrightarrow E_C(M) - E_C(A) = W(\vec{P})_{A \rightarrow M} + W(\vec{F})_{A \rightarrow B} + W(\vec{R}_N)_{A \rightarrow M}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_M^2 - 0 = -mgh_{CM} + F \cdot l + 0$$

$$\Leftrightarrow mv_M^2 = -2mgh_{CM} + 2Fl$$

$$\Leftrightarrow v_M^2 = -2g(OC - OM') + \frac{2Fl}{m}$$

$$\Leftrightarrow v_M^2 = \frac{2Fl}{m} - 2g(r - r \cos \theta)$$

$$\Leftrightarrow v_M = \sqrt{\frac{2Fl}{m} - 2gr(1 - \cos \theta)}$$

LES ONDES STATIONNAIRES

Exercice 1 :

Une corde de longueur $l = 120\text{cm}$, disposée horizontalement et qui reçoit en l'une de ses extrémités A des vibrations sinusoïdales de fréquence $N = 100\text{Hz}$, entre en résonance. Entre A et l'autre extrémité B, qui est fixe, on trouve 4 ventres dont l'amplitude des vibrations est 10mm . Calculez :

1. La vitesse de propagation v des ondes ;
2. La vitesse maximale d'un point de la corde correspondant à un ventre
3. L'amplitude des vibrations du point de la corde situé à 35cm de A.

Rép. 60m/s ; $6,28\text{m/s}$; 5mm

Exercice 2 :

Un vibreur de fréquence $N = 100\text{Hz}$ produit sur une corde de longueur $l = 1\text{m}$ des ondes stationnaires transversales avec un nœud à chaque extrémité (il n'y en a pas d'autres.) La corde est soumise à la tension de 400N .

1. Quel est l'aspect de la corde ? Déterminez sa masse.
2. La largeur maximale du fuseau est 4cm ; écrivez l'équation du mouvement d'un point M de la corde situé à la distance $x = 25\text{cm}$ de l'extrémité fixe O.
3. Quelle est la forme de la corde à $t_1 = 0$ et à $t_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}\text{s}$?
4. A quelles distances de O le fuseau a-t-il pour largeur 2cm ?

Rép. 10g ; $1,4 \cdot 10^{-2} \cos 200\pi t$; $0,16\text{m}$; $0,83\text{m}$.

Exercice 3 :

Une tige vibrante AB effectue des vibrations sinusoïdales de fréquence $N = 100\text{Hz}$; elle imprime à une corde horizontale AB des vibrations transversales sinusoïdales. La corde AB fixée à l'extrémité A de la tige, tendue dans le prolongement de la tige passe sur une poulie et soutient une masse M dont le poids $F = 2,25\text{N}$.

On donne à la partie AB de la corde une longueur $l = 120\text{cm}$; on obtient un système d'ondes stationnaires qui présente un nœud en A et un autre en B ; entre ces 2 nœuds, on trouve 4 ventres.

1. Calculez la longueur d'onde des vibrations et leur célérité le long de la corde.
2. Quel devrait être le poids de la masse suspendue à la corde si l'on voulait obtenir 3 ventres au lieu de 4 ?
3. Quand cette corde vibre dans les conditions de 1°) l'amplitude des vibrations des ventres est 10mm . Calculez la vitesse maximale d'un point correspondant à un ventre et l'amplitude du point de la corde situé à 35cm de A.

Rép. 60m/s ; 4N

TEDSON [TC₂] L.V. A-2010-2017

Mam/TC

Exercice : Bac "C" 2004



Une corde AB de longueur $l = 1\text{m}$ est fixée à sa partie supérieure (A) à l'une des branches d'un diapason vibrant à la fréquence de 50Hz ; son extrémité inférieure (B) est immobilisée par une plaque métallique mince percée d'un trou au travers duquel passe la corde. Un solide de masse m , accroché à l'extrémité (B) tend la corde.

1. Sachant que la corde vibre fortement en un seul fuseau pour $m = 2\text{kg}$, calculez la masse de la corde.
2. Pour quelle valeur de m la corde vibre-t-elle en présentant 3 fuseaux ?
3. L'équation du mouvement du point B du fait de l'onde incidente étant

$$Y_{Bi}(t) = a \sin \omega t$$

- a) Déterminez l'équation du mouvement résultant au point M de la corde situé à la distance x de B ($x = BM$)
- b) Quand la corde vibre en deux fuseaux, l'amplitude de vibration des ventres vaut 2cm . Quelle est l'amplitude des vibrations du point M situé à 50cm de A ?

On donne : $g = 10\text{m/s}^2$

Rép : $2g$; $0,22\text{kg}$; zéro

Exercice :

Une cordelette AB, de longueur $l = 21\text{cm}$, est attachée en A à l'extrémité d'une lame d'acier OA disposée verticalement. Un électroaimant E provoque les vibrations entretenues de la lame, à la fréquence $N = 100\text{Hz}$. On observe alors, dans la cordelette, un système d'ondes stationnaires représenté sur la figure ci-contre. On considère le système d'axes Bx et By indiqué sur la figure. L'origine des temps a été choisie de telle sorte que le mouvement de l'extrémité libre B, sous l'influence de l'onde A, ait pour équation $Y_{Bi} = a \sin \omega t$.

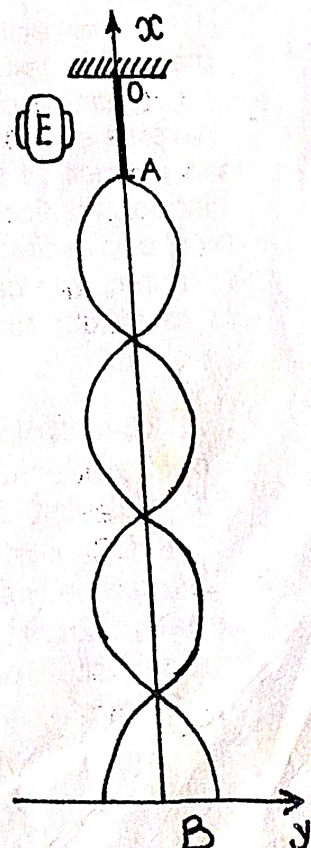
On admettra que la propagation des ondes dans la cordelette se fait sans amortissement.

1. En ne tenant compte que de l'onde incidente (A vers B) et de la première onde réfléchie (B vers A), montrez que l'équation horaire du mouvement d'un point M quelconque situé à la distance x de B s'écrit :

$$Y_M = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \omega t$$

2. Déduisez de cette équation les relations donnant la position par rapport à B des nœuds et des ventres de vibration.
3. L'amplitude du mouvement de A étant 2mm , quelle devrait être théoriquement la largeur d'un fuseau en ne tenant compte que de l'onde incidente (A vers B) et de la première onde réfléchie (B vers A) ? En réalité, la largeur d'un fuseau est de 24mm . Expliquez pourquoi.
4. Calculez la célérité de propagation des signaux dans la cordelette.

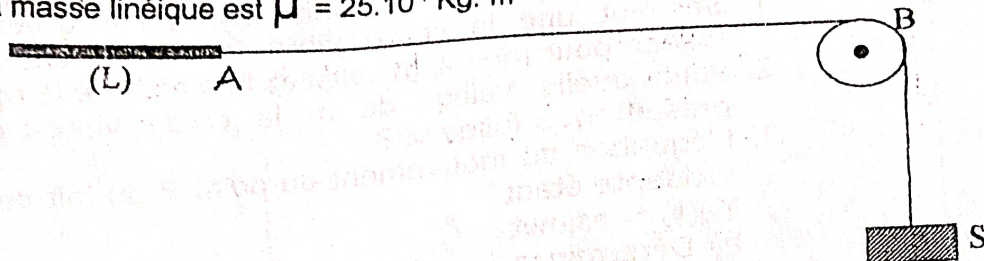
Rép : 8mm ; 12m/s



Exercice Bac "D" 2005

Une corde est fixée par une de ses extrémités à une lame L vibrant à la fréquence $N = 25\text{Hz}$; elle passe sur une poulie au point B et supporte un poids tenseur $P = 1\text{N}$.

Sa masse linéique est $\mu = 25 \cdot 10^{-4} \text{Kg. m}^{-1}$



1. En envisageant la seule réflexion des ondes transversales en B, déterminer l'équation du mouvement d'un point M de la corde défini par $BM = x$
2. En réalité des réflexions multiples se produisent en A et B
 - a. Pour quelles valeurs particulières de la distance AB, obtient-on un phénomène stable ?
 - b. Décrire l'aspect de la corde pour $AB = 1,6\text{m}$.
3. La longueur de la corde étant toujours $AB = 1,6\text{m}$ quelle est la valeur P' du poids pour que l'on n'observe qu'un seul fuseau.
4. La corde est observée par stroboscopie, pour quelles fréquences des éclairs :
 - a. la corde paraît immobile.
 - b. la corde semble effectuer un mouvement de fréquence 2Hz dans le sens réel.

Exercice

On réalise l'expérience de Melde dans un ascenseur. Le vibreur est fixé au plafond de la cabine ; un fil attaché en A (extrémité supérieure) au vibreur est tendu verticalement pour un corps de masse m ; accroché à son extrémité inférieure B. Le fil traverse en O une mince plaque horizontale qui peut être déplacée verticalement, ce qui permet de faire varier la longueur AO de la partie du fil située au dessus de la plaque ; l'orifice O est suffisamment petit pour que les déplacements transversaux du fil en O soient impossibles.

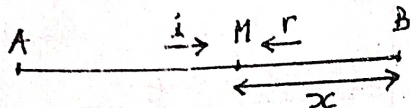
1. Lorsque la cabine est au repos, le fil dessine entre A et O, quatre fuseaux bien nets, l'équation horaire du mouvement d'un point C ($OC=x$) est :

$$y = 8 \cdot 10^{-3} \sin 5\pi x \cos 200\pi t \text{ (en m).}$$

- a. Calculer la longueur AO.
 - b. Calculer la célérité des ondes le long du fil.
 - c. Calculer à la date $t = 6,25 \cdot 10^{-2}\text{s}$ les vitesses C_1 et C_2 du fil lorsque $OC_1 = x_1 = 5\text{cm}$ et $OC_2 = x_2 = 35\text{cm}$.
2. La cabine est maintenant animée d'un mouvement accéléré, d'accélération égale $1,2\text{m/s}^2$. Par quelle masse m_1 faut-il remplacer $m = 100\text{g}$ de la question précédente pour que le fil vibre en formant le même nombre de fuseaux ? $g = 9,8\text{m/s}^2$.

EXERCICE 1

$l = 120 \text{ cm}$; $N = 100 \text{ Hz}$
 $k = 4 \text{ fuseaux}$; $A_v = 10 \text{ mm}$
 $B = \text{extrémité fixe} = \text{origine}$



① Vitesse de propagation des ondes

A la resonance: $l = k \frac{\lambda}{2}$
 $\Leftrightarrow l = \frac{k v T}{2} \Leftrightarrow l = \frac{k v}{2 N}$

On tire $v = \frac{2 N l}{k}$

AN: $v = \frac{2 \cdot 100 \cdot 120 \cdot 10^{-2}}{4}$

$v = 60 \text{ m/s}$

② Vitesse maximale d'un ventre.

La vitesse maximale d'un point en mot sinusoïdal est $\dot{y}_m = A \cdot \omega$.

Pour un ventre de vibration $A = 2a$; d'où

$\dot{y}_m = 2a \omega$;

AN: $\dot{y}_m = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 100$

$\dot{y}_m = 6,28 \text{ m/s}$

③ Amplitude du mot de M tel que $AM = 35 \text{ cm}$

$x = BM = 120 - 35 = 85 \text{ cm}$

Posons $y_{Bi} = a \sin \omega t$

* Par rapport à l'onde incidente M est en avance sur B; d'où

$y_{Hi} = a \sin(\omega t + kx)$

* Par rapport à l'onde réfléchie M est en retard sur B; en plus B étant un obstacle fixe, la réflexion se fait avec changement de signe; d'où

$y_{Hr} = -a \sin(\omega t - kx)$
 $= a \sin(\omega t + kx)$

* $y_M = y_{Hi} + y_{Hr}$

$y_H = a \sin(\omega t + kx) + a \sin(-\omega t + kx)$

$y_H = 2a \cos \frac{P-Q}{2} \sin \frac{P+Q}{2}$

$y_H = 2a \cos \omega t \sin kx$

$y_H = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$

$A = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$

$A = 2a \sin \frac{2\pi}{vT} x$

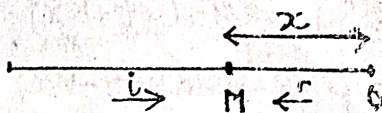
$A = 2a \sin \frac{2\pi N}{v} x$

AN: $A = 10 \cdot 10^{-3} \sin \frac{200\pi}{60} \cdot 85 \cdot 10^{-2}$

$A = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5 \text{ mm}$

EXERCICE 2

$N = 100 \text{ Hz}$; $l = 1 \text{ m}$
 2 nœuds ; $T = 400 \text{ N}$



D = extrémité fixe = Origine

① Aspect de la corde

Comme la corde ne présente que 2 nœuds, alors elle vibre en un seul fuseau; d'où l'aspect suivant:



Masse de la corde

A la resonance la longueur de la corde satisfait à la relation

$l = k \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow l = \frac{k v T}{2}$

$\Leftrightarrow l = \frac{k v}{2 N} \Leftrightarrow l = \frac{k}{2 N} \sqrt{\frac{F}{m}}$

$\Leftrightarrow l^2 = \frac{k^2 F l}{4 N^2 m}$

$\Leftrightarrow l = \frac{k^2 F}{4 N^2 m}$; on tire

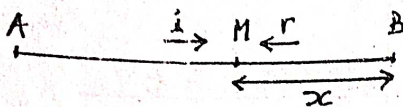
$m = \frac{k^2 F}{4 N^2 l}$; $m = \frac{400}{4 \cdot 10^4}$

$m = 10^{-2} \text{ kg} = 10 \text{ g}$

* Pour les $\dots = \pm 2a \dots$
TEDSON [TC2] L.V.A

EXERCICE 1

$l = 120 \text{ cm}$; $N = 100 \text{ Hz}$
 $k = 4 \text{ fuseaux}$; $A_v = 10 \text{ mm}$
 $B = \text{extrémité fixe} = \text{origine}$



① Vitesse de propagation des ondes

A la résonance: $l = k \frac{\lambda}{2}$
 $\Leftrightarrow l = \frac{k v T}{2} \Leftrightarrow l = \frac{k v}{2 N}$

On tire $v = \frac{2 N l}{k}$

AN: $v = \frac{2 \cdot 100 \cdot 120 \cdot 10^{-2}}{4}$

$v = 60 \text{ m/s}$

② Vitesse maximale d'un ventre.

La vitesse maximale d'un point en movt sinusoïdal est $\dot{y}_m = A \cdot \omega$.

Pour un ventre de vibration $A = 2a$; d'où

$\dot{y}_m = 2a\omega$;

AN: $\dot{y}_m = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 100$

$\dot{y}_m = 6,28 \text{ m/s}$

③ Amplitude du movt de

M tel que $AM = 35 \text{ cm}$

$x = BM = 120 - 35 = 85 \text{ cm}$

Posons $y_{Bi} = a \sin \omega t$

* Par rapport à l'onde incidente M est en avance sur B; d'où

$y_{Hi} = a \sin(\omega t + kx)$

* Par rapport à l'onde réfléchi M est en retard sur B; en plus B étant un obstacle fixe, la réflexion se fait avec changement de signe; d'où

$y_{Hr} = -a \sin(\omega t - kx)$
 $= a \sin(-\omega t + kx)$

* $y_M = y_{Hi} + y_{Hr}$

$y_H = a \sin(\omega t + kx) + a \sin(-\omega t + kx)$

$y_H = 2a \cos \frac{P-Q}{2} \sin \frac{P+Q}{2}$

$y_H = 2a \cos \omega t \sin kx$

$y_H = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$

$A = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$

$A = 2a \sin \frac{2\pi}{vT} x$

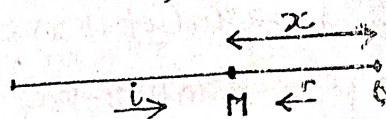
$A = 2a \sin \frac{2\pi N}{v} x$

AN: $A = 10 \cdot 10^{-3} \sin \frac{200\pi}{60} \cdot 85 \cdot 10^{-2}$

$A = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5 \text{ mm}$

EXERCICE 2

$N = 100 \text{ Hz}$; $l = 1 \text{ m}$
 2 nœuds ; $T = 400 \text{ N}$



$D = \text{extrémité fixe} = \text{origine}$

① Aspect de la corde

Comme la corde ne présente que 2 nœuds, alors elle vibre en un seul fuseau; d'où l'aspect suivant:



Masse de la corde

A la résonance la longueur de la corde satisfait à la relation:

$l = k \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow l = \frac{k v T}{2}$

$\Leftrightarrow l = \frac{k v}{2 N} \Leftrightarrow l = \frac{k}{2 N} \sqrt{\frac{F}{m}}$

$\Leftrightarrow l^2 = \frac{k^2 F l}{4 N^2 m}$

$\Leftrightarrow l = \frac{k^2 F}{4 N^2 m}$; on tire

$m = \frac{k^2 F}{4 N^2 l}$; $m = \frac{400}{4 \cdot 10000}$

$m = 10^{-2} \text{ kg} = 10 \text{ g}$

EXERCICE

* Pour les ventres: $A = \pm 2a$
 $\Rightarrow 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 2a \Leftrightarrow \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 1$

② Equation horaire de M
 tel que $OM = \lambda = 25\text{cm}$.

Posons $y_{0i} = a \sin \omega t$.

* $y_{Mi} = a \sin(\omega t + Kx)$

* $y_{Mr} = -a \sin(\omega t - Kx)$

$y_{Mr} = a \sin(-\omega t + Kx)$

* $y_M = y_{Mi} + y_{Mr}$

$y_M = a \sin(\omega t + Kx) + a \sin(-\omega t + Kx)$

$y_M = 2a \cos \frac{P-Q}{2} \sin \frac{P+Q}{2}$

$y_M = 2a \cos \omega t \sin Kx$

$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$

or $l = k \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{k} = 2\text{m}$

$y_M = 2a \sin \pi x \cos \omega t$

$y_M = 2 \cdot 10^{-2} \sin \pi \cdot 25 \cdot 10^{-2} \cos \omega t$

$y_M = 1,4 \cdot 10^{-2} \cos 200\pi t$

③ Forme de la corde aux dates t_1 et t_2

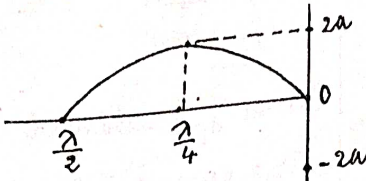
$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$

* à la date $t_1 = 0$

$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos 0$

$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$

x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{4}$
y_M	0	$2a$	0



cl: la corde prend l'aspect d'un arc de sinussoïde.

* à l'instant $t_2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$

$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos 200\pi t_2$

$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos 200\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}$

$y_M = 0$

cl: la corde prend un aspect rectiligne

④ Positions des points où la largeur du fuseau est $L = 2\text{cm}$.

$L = 2A \Leftrightarrow L = 2 \cdot 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$

$\Leftrightarrow \sin \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{L}{4a} = \frac{2\text{cm}}{4\text{cm}}$

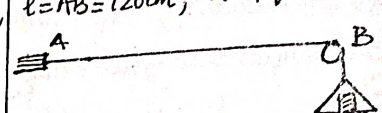
$\Leftrightarrow \sin \pi x = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \pi x_1 = \frac{\pi}{6} \\ \pi x_2 = \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{6} \\ x_2 = \frac{5}{6} \end{cases}$

cl: $x_1 = 0,16\text{m}$
 $x_2 = 0,83\text{m}$

EXERCICE 3

$N = 100\text{Hz}$; $F = 275\text{N}$;
 $l = AB = 120\text{cm}$; $k = 4\text{kg/m}$



① Calcul de λ et v .

* A la resonance $l = k \frac{\lambda}{2}$

On tire $\lambda = \frac{2l}{k}$; AN:

$\lambda = \frac{2 \cdot 120 \cdot 10^{-2}}{4}$; $\lambda = 60 \cdot 10^{-2}\text{m}$.

* $\lambda = vT \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{N}$; On tire

$v = \lambda N$; AN: $v = 60\text{m/s}$

② Poids de la masse qui donne 3 fuseau au lieu de 4

A la resonance $l = k \frac{\lambda}{2}$

$\Leftrightarrow l = \frac{k v T}{2} \Leftrightarrow l = \frac{k v}{2N}$

$\Leftrightarrow l = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Leftrightarrow l^2 = \frac{k^2 F}{4N^2 \mu}$

$\Leftrightarrow l^2 4N^2 \mu = k^2 F$

• Avant: $l^2 4N^2 \mu = k^2 F$

• Après: $l'^2 4N^2 \mu = k'^2 F'$

• Rapport: $1 = \left(\frac{k}{k'}\right)^2 \frac{F}{F'}$

$\Leftrightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{k}{k'}\right)^2$

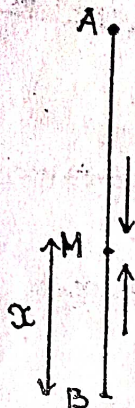
$\Leftrightarrow F' = F \left(\frac{k}{k'}\right)^2$

AN: $F' = \frac{2,25 \cdot 16}{9}$

$F' = 4\text{N}$

Pour la question 3, on démarque que dans l'exercice 1

EXERCICE



$$l = AB = 21 \text{ cm}$$

$$N = 100 \text{ Hz}$$

$$y_{Bi} = a \sin \omega t$$

B = extrémité libre

① Montrons que l'équation d'un M tel que $BM = x$ est telle que

$$y_M = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \omega t$$

$$* y_{Hi} = a \sin(\omega t + Kx)$$

$$* y_{Hr} = a \sin(\omega t - Kx)$$

$$* y_M = a \sin(\omega t + Kx) + a \sin(\omega t - Kx)$$

$$y_M = 2a \cos \frac{Kx}{2} \sin \frac{2\omega t}{2}$$

$$y_M = 2a \cos Kx \sin \omega t$$

$$y_M = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \omega t$$

② Deducisons les relations donnant la position des nœuds et des ventres

* Pour les nœuds: $A = 0 \Leftrightarrow$

$$2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 0 \Leftrightarrow \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{1}{2} + k$$

$$\Leftrightarrow x = (\frac{1}{2} + k) \frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow x_N = (2k+1) \frac{\lambda}{4}$$

* Pour les ventres: $A = \pm 2a$
 $\Leftrightarrow 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 2a \Leftrightarrow \cos \frac{2\pi}{\lambda} x = \pm 1$
 $\Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = k\pi \Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = k$
 $\Leftrightarrow x_V = k \frac{\lambda}{2}$

3. Largeur théorique d'un fuseau en tenant compte d'une seule réflexion. $a = 2 \text{ mm}$

La largeur maximale d'un fuseau est donnée par la relation $L = 4a$; d'où $L = 8 \text{ mm}$.

Explication des résultats pratiques

Si en pratique on obtient $L = 24 \text{ mm}$, c'est à cause des multiples réflexions en B.

④ Calculons la célérité des ondes

Comme B est un obstacle libre, alors à la résonance on a:

$$l = (2k+1) \frac{\lambda}{4} \Leftrightarrow l = (2k+1) \frac{vT}{4}$$

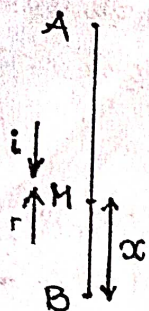
$$\Leftrightarrow l = \frac{(2k+1)v}{4N} \Leftrightarrow v = \frac{4Nl}{2k+1}$$

AN: $v = \frac{4 \cdot 100 \cdot 21 \cdot 10^{-2}}{7}$

$$v = 12 \text{ m/s}$$

EXERCICE

EXERCICE "C" 2004



$$l = 1 \text{ m}$$

$$N = 50 \text{ Hz}$$

B = extrémité fixe

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$y_{Bi} = a \sin \omega t.$$

① Calculons la masse de la corde pour $k=1$ et $m=2 \text{ kg}$.

A la résonance $l = k \frac{\lambda}{2}$

$$\Leftrightarrow l = \frac{kVt}{2} \Leftrightarrow l = \frac{kV}{2N}$$

$$\Leftrightarrow l = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{Pl}{M}} \Leftrightarrow l^2 = \frac{k^2 mgl}{4N^2 M}$$

$$\Leftrightarrow l = \frac{k^2 mg}{4N^2 M} \Leftrightarrow \boxed{M = \frac{k^2 mg}{4N^2 l}}$$

AN: $M = \frac{2 \cdot 10}{4 \cdot 2500} ;$

$\boxed{M = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Kg}} ; \text{ soit } \boxed{M = 2 \text{ g}}$

② Determinons la valeur m' de m qui donne 3 fuseaux au lieu de 1.

D'après ce qui précède : $l = \frac{k^2 mg}{4N^2 M} \Rightarrow$

• $l \cdot 4N^2 M = k^2 mg$ (1)

• $l \cdot 4N^2 M = k'^2 m'g$ (2)

$\frac{(1)}{(2)} : 1 = \left(\frac{k}{k'}\right)^2 \frac{m}{m'} \Leftrightarrow \frac{m'}{m} = \left(\frac{k}{k'}\right)^2$

On tire $m' = m \left(\frac{k}{k'}\right)^2$

AN: $m' = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 ; \boxed{m' = 0,22 \text{ Kg}}$

③ a. Determinons l'équation horaire d'un point quelconque M tel que $BH=x$.

$$y_{Bi} = a \sin \omega t.$$

$$* y_{Mi} = a \sin(\omega t + Kx)$$

$$* y_{Mr} = -a \sin(\omega t - Kx) = a \sin(-\omega t + Kx)$$

$$* y_M = y_{Mi} + y_{Mr}$$

$$y_M = a \sin(\omega t + Kx) + a \sin(-\omega t + Kx)$$

$$y_M = 2a \cos \frac{P-q}{2} \sin \frac{P+q}{2}$$

$$y_M = 2a \cos \cot \sin Kx$$

$$\boxed{y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t}$$

b. Determinons l'amplitude de du mouvement de M tel que $AM=50 \text{ cm}$.

$$k=2 \text{ fuseaux} ; 2a=2 \text{ cm}$$

$$AM=50 \text{ cm} \Rightarrow x=BM=50 \text{ cm}.$$

D'après ce qui précède

$$A = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$$

$$\text{Or } l = k \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{k} = 1 \text{ m}$$

$$\text{Donc } A = 2a \sin 2\pi x$$

$$A = 2 \cdot 10^{-2} \sin 2\pi \cdot 50 \cdot 10^{-2}$$

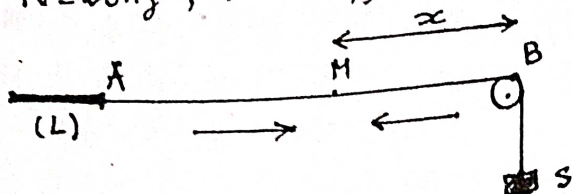
$$A = 2 \cdot 10^{-2} \sin \pi$$

$$\boxed{A = 0}$$

Ce point M correspond à un nœud de vibration.

EXERCICE

$N = 25 \text{ Hz}$; $P = 1 \text{ N}$; $\mu = 25 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$



① Equation horaire d'un point

M tel que $BM = x$

Posons $y_{Bi} = a \sin \omega t$; alors

* $y_{Mi} = a \sin(\omega t + Kx)$

* $y_{Mr} = -a \sin(\omega t - Kx) = a \sin(-\omega t + Kx)$

* $y_M = a \sin(\omega t + Kx) + a \sin(-\omega t + Kx)$

$y_M = 2a \cos \frac{P-q}{2} \sin \frac{P+q}{2}$

$y_M = 2a \cos \omega t \sin Kx$

$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$

② a. Valeurs particulières de la distance AB qui donnent un phénomène stable.

A la resonance $AB = k \frac{\lambda}{2}$

$\Leftrightarrow AB = \frac{kVT}{2} \Leftrightarrow AB = \frac{kV}{2N} \Leftrightarrow$

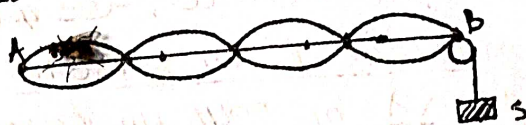
$AB = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{P}{\mu}}$ AN: $AB = \frac{k}{2 \cdot 25} \sqrt{\frac{1}{25 \cdot 10^{-4}}}$

$AB = 0,4 \text{ k}$ (en m)

b. Aspect de la corde pour $AB = 1,6 \text{ m}$

$AB = 0,4 \text{ k} \Rightarrow k = \frac{AB}{0,4} = \frac{1,6}{1,4} = 4$

ccp: la corde vibre en 4 fuseaux



③ Valeur de P' qui donne 1 seul fuseau au lieu de 4

D'après ce qui précède: $AB = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{P}{\mu}}$

$\Leftrightarrow AB^2 = \frac{k^2 P}{4N^2 \mu} \dots$ d'où

• $AB^2 \cdot 4N^2 \mu = k^2 P$ (1)

• $AB^2 \cdot 4N^2 \mu = k'^2 P'$ (2)

$\frac{(1)}{(2)}: 1 = \left(\frac{k}{k'}\right)^2 \frac{P}{P'}$

$\Leftrightarrow P' = P \left(\frac{k}{k'}\right)^2$

$P' = 1 \left(\frac{4}{1}\right)^2$; $P' = 16 \text{ N}$

④ a. Frequences des eclairs qui donnent l'immobilité apparente.

$N_e = \frac{N}{k}$; $N_e = \frac{25}{k}$

b. Frequences des eclairs qui donnent un mouvement apparent de frequence 2Hz dans le sens réel

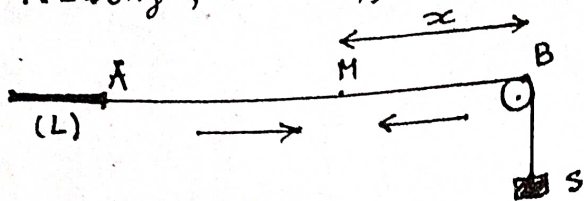
$N_e \geq N$; $N > N_e$ (sens \oplus)

$N_e = N_{(mot)} - N_{(apparente)}$

$= 25 - 2 \Rightarrow N_e = 23 \text{ Hz}$

EXERCICE

$N = 25 \text{ Hz}$; $P = 1 \text{ N}$; $\mu = 25 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$



① Equation horaire d'un point M tel que $BM = x$

Posons $y_{Bi} = a \sin \omega t$; alors

* $y_{Mi} = a \sin(\omega t + Kx)$

* $y_{Mr} = -a \sin(\omega t - Kx) = a \sin(-\omega t + Kx)$

* $y_M = a \sin(\omega t + Kx) + a \sin(-\omega t + Kx)$

$y_M = 2a \cos \frac{P-Q}{2} \sin \frac{P+Q}{2}$

$y_M = 2a \cos \omega t \sin Kx$

$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$

② a. Valeurs particulières de la distance AB qui donnent un phénomène stable.

A la resonance $AB = k \frac{\lambda}{2}$

$\Leftrightarrow AB = \frac{kVT}{2} \Leftrightarrow AB = \frac{kV}{2N} \Leftrightarrow$

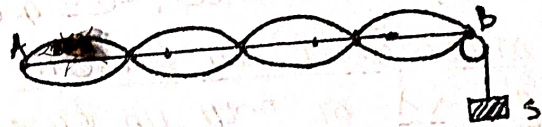
$AB = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{P}{\mu}}$ AN: $AB = \frac{k}{2 \cdot 25} \sqrt{\frac{1}{25 \cdot 10^{-4}}}$

$AB = 0,4 \text{ k}$ (en m)

b. Aspect de la corde pour $AB = 1,6 \text{ m}$

$AB = 0,4 \text{ k} \Rightarrow k = \frac{AB}{0,4} = \frac{1,6}{0,4} = 4$

ccl: la corde vibre en 4 fuseaux



③ Valeur de P' qui donne 1 seul fuseau au lieu de 4

D'après ce qui précède: $AB = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{P}{\mu}}$

$\Leftrightarrow AB^2 = \frac{k^2 P}{4N^2 \mu} \dots$ d'où

• $AB^2 \cdot 4N^2 \mu = k^2 P$ (1)

• $AB^2 \cdot 4N^2 \mu = k'^2 P'$ (2)

(1): $1 = \left(\frac{k}{k'}\right)^2 \frac{P}{P'}$

$\Leftrightarrow P' = P \left(\frac{k}{k'}\right)^2$

$P' = 1 \left(\frac{4}{1}\right)^2$; $P' = 16 \text{ N}$

④ a. Frequences des eclairs qui donnent l'immobilité apparente.

$N_e = \frac{N}{k}$; $N_e = \frac{25}{k}$

b. Frequences des eclairs qui donnent un mouvement apparent de fréquence 2H dans le sens \rightarrow

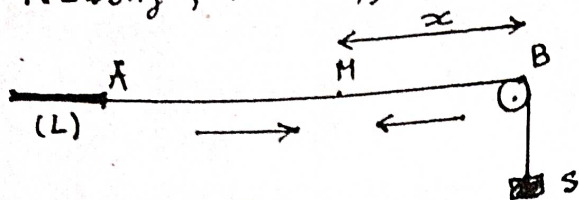
$N_e \geq N$; $N > N_e$ (sens \oplus)

$N_e = N_{(mot)} - N_{(apparente)}$

$= 25 - 2 \Rightarrow N_e = 23 \text{ Hz}$

EXERCICE

$N = 25 \text{ Hz}$; $P = 1 \text{ N}$; $\mu = 25 \cdot 10^{-4} \text{ kg/m}$



① Equation horaire d'un point M tel que BM = x

Posons $y_{Bi} = a \sin \omega t$; alors

$$* y_{Mi} = a \sin(\omega t + Kx)$$

$$* y_{Mr} = -a \sin(\omega t - Kx) = a \sin(-\omega t + Kx)$$

$$* y_M = a \sin(\omega t + Kx) + a \sin(-\omega t + Kx)$$

$$y_M = 2a \cos \frac{P-q}{2} \sin \frac{P+q}{2}$$

$$y_M = 2a \cos \omega t \sin Kx$$

$$y_M = 2a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos \omega t$$

② a. Valeurs particulières de la distance AB qui donnent un phénomène stable.

A la resonance $AB = k \frac{\lambda}{2}$

$$\Leftrightarrow AB = \frac{kVT}{2} \Leftrightarrow AB = \frac{kV}{2N} \Leftrightarrow$$

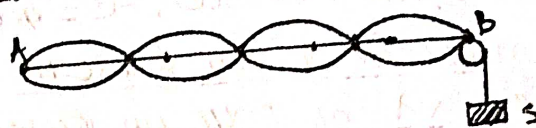
$$AB = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{P}{\mu}} \quad \text{AN: } AB = \frac{k}{2 \cdot 25} \sqrt{\frac{1}{25 \cdot 10^{-4}}}$$

$$AB = 0,4 \text{ k (en m)}$$

b. Aspect de la corde pour $AB = 1,6 \text{ m}$

$$AB = 0,4 \text{ k} \Rightarrow k = \frac{AB}{0,4} = \frac{1,6}{0,4} = 4$$

ccf : la Corde vibre en 4 fuseaux



③ Valeur de P' qui donne 1 seul fuseau au lieu de 4

D'après ce qui précède : $AB = \frac{k}{2N} \sqrt{\frac{P}{\mu}}$

$$\Leftrightarrow AB^2 = \frac{k^2 P}{4N^2 \mu} \quad \text{d'où}$$

$$\bullet AB^2 \cdot 4N^2 \mu = k^2 P \quad (1)$$

$$\bullet AB^2 \cdot 4N^2 \mu = k'^2 P' \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} : 1 = \left(\frac{k}{k'}\right)^2 \frac{P}{P'}$$

$$\Leftrightarrow P' = P \left(\frac{k}{k'}\right)^2$$

$$P' = 1 \left(\frac{4}{1}\right)^2 ; P' = 16 \text{ N}$$

④ a. Frequences des eclairs qui donnent l'immobilité apparente.

$$N_e = \frac{N}{k} ; N_e = \frac{25}{k}$$

b. Frequences des eclairs qui donnent un mouvement apparent de frequence 2H dans le sens réel

$$N_e \geq N ; N > N_e \text{ (sens } \oplus)$$

$$N_e = N_{\text{(mvt)}} - N_{\text{(apparente)}}$$

$$= 25 - 2 = N_e = 23 \text{ Hz}$$

- Amplitude d'une manière générale : $A = 2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$

• Pour les nœuds : $A = 0$

• Pour les ventres : l'amplitude est maximale $A = 2a$

- Largeur d'un fuseau : $\ell = 2A$

• Pour un nœud : $\ell = 0$

• Pour un ventre : $\ell = 4a$

- Longueur d'un fuseau :

$\ell = \frac{k\lambda}{2}$ or pour un fuseau

$k=1$: d'où $\ell = \frac{\lambda}{2}$

EXERCICE 4

On réalise une expérience d'interférences lumineuses à l'aide du dispositif de Young pour lequel les deux fentes F1 et F2 sont distantes de $a=1\text{mm}$ et situées à $D=2\text{m}$ de l'écran d'observation E.

Le système est éclairé par une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda=600\text{nm}$.

- 1-Calculer la valeur de l'interfrange. De quelle nature est la frange centrale ?
- 2-La fente source primaire f est déplacée du côté de la fente F1 d'une longueur y petite devant la distance d entre F et l'écran des fentes

a/ Que devient l'interfrange ?

b/ Qu'observe-t-on sur l'écran. Faite le schéma du dispositif

Application numérique : $y=1\text{cm}$; $d=1\text{m}$

- 3-On interpose sur le faisceau issu de F1 une lame à faces parallèles de très petite épaisseur e et d'indice $n=1,5$. On constate que le système de frange obtenu sur l'écran est de nouveau celui de la question 1.

En déduire l'épaisseur de la lame.

EXERCICE 5

Dans un dispositif de fentes d'Young, les deux fentes sources sont distantes de $a=12\text{cm}$ et situées à $D=3\text{m}$ de l'écran E.

- 1-On utilise une lumière formée des deux longueurs d'onde $\lambda=480\text{nm}$ et $\lambda'=560\text{nm}$

a-Décrire le phénomène observé sur l'écran E

b-Calculer l'interfrange correspondant à chaque longueur d'onde

c-On déduire la distance qui sépare une coïncidence à la suivante.

2. On utilise maintenant de la lumière blanche et on dispose la fente d'un spectroscope dans le plan E, parallèlement à la frange centrale et à 15mm de celle-ci

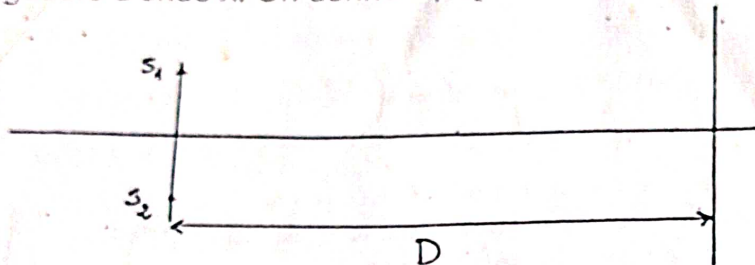
a-Quel aspect présente le spectre ?

b- Calculer la différence de marche à la distance $x=15\text{mm}$ de la frange centrale

- c. Déterminer le nombre de cannélures sur l'écran du spectroscope (On considère que les longueurs d'onde du spétre visible sont comprises entre 400 et 750nm)

Exercice :

On réalise l'expérience des fentes de Young en lumière monochromatique de longueurs d'onde λ . On donne $S_1, S_2 = a = 1 \text{ mm}$; $D = 2 \text{ m}$



- 1- Décrire le phénomène observé
Quel aspect de la nature de la lumière cette expérience illustre-t-elle ?
- 2- la distance entre le milieu de la 7^{ème} frange sombre située en - dessus de la frange centrale est $L = 10,4 \text{ mm}$. En déduire la longueur d'onde de la lumière utilisée
- 3- Déterminer la nature de la frange située à $3,25 \text{ mm}$ du centre O de l'écran.
- 4- Simultanément les sources secondaires S_1 et S_2 émettent des radiations de longueurs d'onde $\lambda_1 = 0,50 \text{ m}$ et $\lambda_2 = 0,60 \text{ m}$.
 - Quelle est l'observation faite sur l'écran ?
 - Déterminer la distance qui existe entre deux coïncidences successives

Exercice :

Une lampe émettant la lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ éclaire une cellule photoélectrique telle que l'énergie nécessaire à l'extraction d'un électron soit $W_0 = 1,88 \text{ eV}$.

- 1- Montrer que la cellule est le siège de l'effet photo
- 2- Calculer la vitesse maximale avec laquelle les électrons sortent de la cathode
- 3- La photocathode reçoit une puissance rayonnante $P = 1,084 \text{ mW}$.

Combien de photons reçoit-elle en une seconde ?

L'intensité du courant de saturation est $I = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ A}$. Déterminer le rendement quantique de la cellule, c'est-à-dire le rapport du nombre d'électrons émis au nombre de photons reçus

On donne : charge de l'électron : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masse de l'électron : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$;

Célérité de la lumière : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$;

Constante de Planck ; $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Exercice 6
Un projet
40m/s

EXERCICE

1. La cathode d'une cellule photoélectrique au potassium est éclairée par une radiation de longueur d'onde λ .
L'énergie d'extraction de l'électron est égale à 2,2eV. Il faut établir entre la cathode et l'anode une tension de 0,4V pour annuler le courant photoélectrique.
 - a. Calculer la vitesse maximale des électrons émis.
 - b. Calculer la longueur d'onde seuil λ_s du potassium
 - c. Calculer la longueur d'onde λ de la radiation incidente
2. La cellule ci-dessus est maintenant éclairée par une lampe au mercure qui émet les radiations suivantes :
 $\lambda_1 = 577\text{nm}$; $\lambda_2 = 546\text{nm}$; $\lambda_3 = 491,6\text{nm}$.
 - a. Quelles sont les radiations susceptibles de donner un courant Photoélectrique,
 - b. Pour ces radiations, calculer la vitesse maximale des électrons émis et la d.d.p qui, appliquée entre l'anode et la cathode annulerait le courant photoélectriqueOn donne : $h = 6,62 \cdot 10^{-34}\text{J.s}$; $C = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}$

EXERCICE

Une cellule photoélectrique est éclairée successivement par deux faisceaux lumineux de longueurs d'onde respectives $\lambda_1 = 0,4 \cdot 10^{-6}\text{m}$ et $\lambda_2 = 0,3 \cdot 10^{-6}\text{m}$.
La radiation de longueur d'onde λ_1 éjecte les électrons avec une énergie cinétique $E_{c1} = 1,4 \cdot 10^{-19}\text{J}$ et celle de longueur d'onde λ_2 éjecte les électrons avec une énergie cinétique $E_{c2} = 3,06 \cdot 10^{-19}\text{J}$.

1. a. Trouver la valeur approchée de la constante de Planck h en U.S.I
En déduire l'énergie du seuil photoélectrique.
b. Calculer le potentiel qui annule le courant dans la cellule pour chaque radiation.
2. On éclaire la cellule à l'aide de deux radiations de longueurs d'onde respectives $\lambda_3 = 0,65 \cdot 10^{-6}\text{m}$ et $\lambda_4 = 0,50 \cdot 10^{-6}\text{m}$, puis on applique la d.d.p $U_{AC} = 2\text{V}$ entre l'anode et la cathode.
 - a. Quelle est la radiation efficace qui provoque l'effet photo électrique
 - b. Calculer la vitesse maximale d'extraction et la vitesse d'arrivée des électrons à l'anodePrendre $C = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$

LICE 4

$\lambda = 480 \text{ nm}$; $D = 2 \text{ m}$; $a = 0.1 \text{ mm}$

1. Valeur de l'interfrange i

Par définition $i = \frac{\lambda D}{a}$

$$\text{AN: } i = \frac{480 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{0.1 \cdot 10^{-3}}; i = 9.6 \text{ mm}$$

Nature de la frange centrale

Pour déterminer la nature d'une frange, on peut calculer l'ordre d'interfrange

$$p = \frac{x}{i} = \frac{ax}{\lambda D}; \text{ Or pour la frange centrale } x = 0; \text{ d'où } p = 0$$

comme on obtient un entier, alors la frange centrale est brillante.

2. Déplacement de la source primaire F.

a. Interfrange.

$i = \frac{\lambda D}{a}$; Comme les valeurs de λ , D et a n'ont pas changées, alors l'interfrange conserve la même valeur.

b. observation sur l'écran.

Si on déplace la source primaire de y , la différence de marche augmente et devient $\Delta' = \frac{ax}{D} + \frac{ay}{d}$

Pour la frange centrale, $\Delta' = 0 \Leftrightarrow \frac{ax}{D} + \frac{ay}{d} = 0$

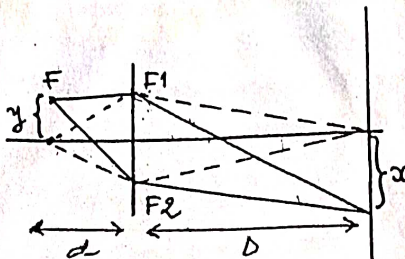
$$\Leftrightarrow \frac{x}{D} = -\frac{y}{d} \Leftrightarrow x = -\frac{Dy}{d}$$

$$\text{AN: } x = -\frac{2 \cdot 1 \cdot 10^{-2}}{1}; x = -2 \text{ cm}$$

concl: le système se déplace

de 2 cm du côté des x négatifs, donc du côté de la fente F_2

Schéma du dispositif.



3. Épaisseur que la lame doit avoir pour ramener le système à la position initiale.

Avec la lame à face parallèle, la différence de marche diminue et devient

$$\Delta'' = \frac{ax}{D} + \frac{ay}{d} - e(n-1)$$

Pour la frange centrale qui revient à la position initiale $x = 0$, on a:

$$\Delta'' = 0 \Leftrightarrow 0 + \frac{ay}{d} - e(n-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{ay}{d} = e(n-1) \Leftrightarrow e = \frac{ay}{d(n-1)}$$

$$e = \frac{10^{-3} \cdot 10^{-2}}{1 \cdot 0.5}; e = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$\lambda = 480 \text{ nm}$ et $\lambda' = 560 \text{ nm}$

2. Phénomène observé sur l'écran E

On observe une superposition de deux systèmes de franges présentant en certains endroits des coïncidences des franges de même nature.

b. Calcul des interfranges

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{480 \cdot 10^{-9} \cdot 3}{0.12 \cdot 10^{-2}}$$

$$i' = \frac{\lambda' D}{a} = \frac{560 \cdot 10^{-9} \cdot 3}{0.12 \cdot 10^{-2}}$$

$$\text{concl: } i = 1.2 \text{ mm}; i' = 1.4 \text{ mm}$$

c. Distance entre deux coïncidences

$$x = ki = k'i'$$

$$\Leftrightarrow ki = (k-1)i'$$

$$\Leftrightarrow ki = ki' - i'$$

$$\Leftrightarrow i' = k(i' - i)$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{i'}{i' - i} = \frac{1.4}{0.2} = 7$$

$$\text{Donc } x = 7i = 6i'$$

$$x = 8.4 \text{ mm}$$

Autre méthode:

$$x = ki = k'i'$$

$$\Leftrightarrow \frac{k}{k'} = \frac{i'}{i} = \frac{1.4}{1.2} = \frac{7}{6}$$

$$\Leftrightarrow k = 7 \text{ et } k' = 6; \text{ d'où}$$

$$x = 7i = 6i'; \text{ soit}$$

$$x = 8.4 \text{ mm}$$

EXERCICE 5

$a = 1 \text{ cm}$; $D = 3 \text{ m}$

1. Interférence avec 2 lumières monochromatiques

2. Interférence avec la lumière blanche.

2. Aspect du spectre
Le spectre observé sur l'écran du spectroscope est cannelé.

b. Différence de marche pour $x = 15 \text{ mm}$.

$$\Delta = \frac{x^2}{D}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = \frac{0,12 \cdot 10^{-2} \cdot 15 \cdot 10^{-3}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 6 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

c. Nombre de cannelures pour $x = 15 \text{ mm}$.

Ils s'agit des franges sombres; donc

$$\Delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2k+1 = \frac{2\Delta}{\lambda}$$

$$\Leftrightarrow 2k = \frac{2\Delta}{\lambda} - 1$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{\Delta}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

Avec $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 750 \text{ nm}$

$$\bullet \lambda_{\text{max}} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{400 \cdot 10^{-9}} - 0,5 = 14,5$$

$$\bullet \lambda_{\text{min}} = \frac{6 \cdot 10^{-6}}{750 \cdot 10^{-9}} - 0,5 = 7,5$$

$$\text{d'où } 7,5 \leq k \leq 14,5$$

$$\Leftrightarrow 8 \leq k \leq 14$$

$$\Leftrightarrow k \in [8; 14]$$

$$\Leftrightarrow k = 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14$$

cd: On observe 7 cannelures

EXERCICE

$$S_1, S_2 = a = 1 \text{ mm}; D = 8 \text{ m}$$

① Phénomène observé

En lumière monochromatique, on observe un système de franges alternativement sombres et brillantes.

Aspect de la lumière

L'expérience d'interférences lumineuses montre que la lumière a un aspect ondulatoire.

② Longueur d'onde de la lumière

$$L = 8i \text{ or } i = \frac{\lambda D}{a}; \text{ d'où}$$

$$L = \frac{8\lambda D}{a}; \text{ on tire } \lambda = \frac{La}{8D}$$

$$\text{AN: } \lambda = \frac{10,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 2}$$

$$\lambda = 0,65 \mu\text{m}$$

③ Nature de la frange au point d'abscisse $x = 3,25 \text{ mm}$

On peut calculer l'ordre d'interfrange

$$p = \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{ax}{D\lambda}$$

$$p = \frac{10^{-3} \cdot 3,25 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6}} = 2,5$$

cd: c'est une frange sombre

④ Interférences avec 2 radiations monochromatiques

$$\lambda_1 = 0,50 \mu\text{m}; \lambda_2 = 0,60 \mu\text{m}$$

Observation

On observe une superposition de deux systèmes de franges présentant des coïncidences des franges de même nature à des distances constantes

- Distance entre deux coïncidences successives

$$x = k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$$

$$\Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a}$$

$$\Leftrightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$$

$$\Leftrightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,60}{0,5} = \frac{6}{5}$$

$$\Leftrightarrow k_1 = 6 \text{ et } k_2 = 5$$

$$\text{d'où } x = 6i_1 = 5i_2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \cdot \lambda_1 D}{a}$$

$$x = \frac{6 \cdot 0,50 \cdot 10^{-6} \cdot 8}{10^{-3}}$$

$$x = 6 \text{ mm}$$

EXERCICE

$$\lambda = 0,55 \mu\text{m} ; W_0 = 1,88 \text{ eV}$$

① Montrons qu'il y a effet photoélectrique.

$$W_p = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,55 \cdot 10^{-6}}$$

$$W_p = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ J} ; \text{ soit}$$

$$W_p = \frac{3,61 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV}$$

$$W_p = 2,25 \text{ eV}$$

CCl: Comme $W_p > W_0$
alors il y a effet photo

② Vitesse maximale de sortie de la cathode

$$W_p = W_0 + E_c$$

$$\Leftrightarrow E_c = W_p - W_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = W_p - W_0$$

$$\Leftrightarrow mv^2 = 2(W_p - W_0)$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2(W_p - W_0)}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(2,25 - 1,88) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{-31}}}$$

$$v = 3,7 \cdot 10^5 \text{ m/s.}$$

③ Nombre de photons reçus par la cathode

$$P = 1,084 \text{ mV} ; t = 1 \text{ s}$$

$$P = \frac{n_p W_p}{t}$$

$$\Leftrightarrow n_p = \frac{P \cdot t}{W_p}$$

$$n_p = \frac{1,084 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2,26 \cdot 10^{-19}}$$

$$n_p = 3 \cdot 10^{15} \text{ photons}$$

Rendement quantique de la cellule.

$$r = \frac{n_e}{n_p}$$

$$\bullet n_p = 3 \cdot 10^{15} \text{ photon}$$

$$\bullet Q = n_e e = It$$

$$\text{On tire } n_e = \frac{It}{e}$$

$$n_e = \frac{3,2 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2 \cdot 10^{13} \text{ elec.}$$

$$\text{AN: } r = \frac{2 \cdot 10^{13}}{3 \cdot 10^{15}}$$

$$r = 0,0067 = 0,67\%$$

EXERCICE

$$W_0 = 2,2 \text{ eV} ; U_0 = 0,4 \text{ V}$$

① a. Vitesse maximale des électrons émis par la cathode

Par définition:

$$E_{\text{cm}} = e U_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = e U_0$$

$$\Leftrightarrow mv^2 = 2eU_0$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}$$

$$\text{AN: } v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,4}{9,1 \cdot 10^{-31}}}$$

$$v = 375 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b. Longueur d'onde seuil du potassium

Par définition

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_0} ; \text{ on tire}$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{W_0}$$

$$\lambda_0 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$\lambda_0 = 0,56 \mu\text{m}$$

c. Longueur d'onde λ de la radiation

$$\bullet W_p = W_0 + E_{\text{cm}}$$

$$W_p = W_0 + eU_0$$

$$W_p = 2,2 \text{ eV} + 0,4 \text{ eV}$$

$$W_p = 2,6 \text{ eV}$$

$$\bullet W_p = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{hc}{W_p}$$

$$\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$\lambda = 0,48 \mu\text{m}$$

② Radiation susceptible de provoquer l'effet photo

$$\lambda_1 = 577 \text{ nm}; \lambda_2 = 546 \text{ nm} \\ \lambda_3 = 431,6 \text{ nm}$$

La longueur d'onde seuil de la cellule étant

$$\lambda_3 = 0,564 \mu\text{m} = 560 \text{ nm}, \text{ on a}$$

$$\lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_1 < \lambda_1$$

cel. Les longueurs d'onde retenues sont donc λ_2 et λ_3

b. Vitesse maximale des électrons émis et tension d'arrêt

Pour la radiation λ_3 :

$$\bullet W_0 = W_0 + E_{C3}$$

$$\Rightarrow E_{C3} = W_0 - W_0$$

$$E_{C3} = \frac{hc}{\lambda_3} - W_0$$

$$\bullet E_{C3} = eU_{03}; \text{ on tire}$$

$$U_{03} = \frac{E_{C3}}{e}$$

Pour la radiation λ_2

$$\bullet E_{C2} = \frac{hc}{\lambda_2} - W_0$$

$$U_{02} = \frac{E_{C2}}{e}$$

EXERCICE

$$\bullet \lambda_1 = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}; E_{C1} = 1,4 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ \bullet \lambda_2 = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}; E_{C2} = 3,06 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

① a. Valeur approchée de h

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{hc}{\lambda_1} &= W_0 + E_{C1} \quad (1) \\ \frac{hc}{\lambda_2} &= W_0 + E_{C2} \quad (2) \end{aligned} \right.$$

$$\frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2} = E_{C1} - E_{C2}$$

$$\frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2} = E_{C1} - E_{C2}$$

$$hc \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = E_{C1} - E_{C2}$$

$$h = \frac{E_{C1} - E_{C2}}{c \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)}$$

$$\text{AN: } h = \frac{1,4 \cdot 10^{-19} - 3,06 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{0,4 \cdot 10^{-6}} - \frac{1}{0,3 \cdot 10^{-6}} \right)}$$

$$h = 6,64 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Deduction de W_0

De la relation (1):

$$\frac{hc}{\lambda_1} = W_0 + E_{C1}, \text{ On tire}$$

$$W_0 = \frac{hc}{\lambda_1} - E_{C1}$$

$$W_0 = \frac{6,64 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,4 \cdot 10^{-6}} - 1,4 \cdot 10^{-19}$$

$$W_0 = 3,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b. Tension d'arrêt pour chaque radiation

$$E_{C_{\text{max}}} = eU_0; \text{ On tire}$$

$$U_0 = \frac{E_{C_{\text{max}}}}{e}$$

• Pour la radiation λ_1

$$U_{01} = \frac{E_{C1}}{e} = \frac{0,4 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$U_{01} = 0,875 \text{ V}$$

• Pour la radiation λ_2

$$U_{02} = \frac{E_{C2}}{e} = \frac{3,06 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}}$$

$$U_{02} = 1,9 \text{ V}$$

② a. Radiation qui provoque l'effet photo

$$\lambda_3 = 0,65 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda_4 = 0,50 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\lambda_4 < \lambda_3$$

La longueur d'onde la plus petite est la plus efficace;

cel. c'est λ_4 qui provoque l'effet photo

b. Vitesse à la sortie de la cathode

$$\frac{hc}{\lambda_4} = W_0 + E_C; \text{ on tire}$$

$$E_C = \frac{hc}{\lambda_4} - W_0$$

$$E_C = \frac{6,64 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,50 \cdot 10^{-6}} - 3,5 \cdot 10^{-19}$$

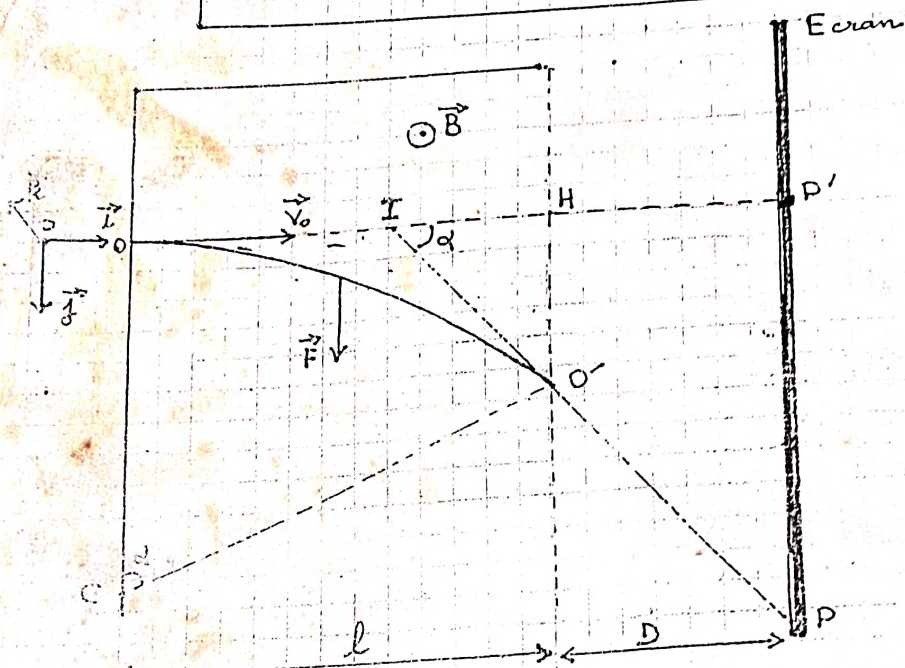
$$E_C = 4,04 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$\text{or } E_C = \frac{1}{2} m v^2; \text{ on tire}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}}; v = 3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

PARTICULE DANS UN CHAMP \vec{B} CHAMP MAGNETIQUE

SAMINDO R.



Une particule de masse m , de charge q animée d'une vitesse \vec{v} dans un champ magnétique \vec{B} uniforme est soumise à une force magnétique \vec{F}_m de Lorentz.

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \wedge \vec{B}$$

ayant pour caractéristiques :

$$F_m = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin(\angle(\vec{v}, \vec{B}))$$

$$F_m = q \cdot v_0 \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$(\vec{v}, \vec{B}, \vec{F}_m)$ est orthogonal le pouce

\vec{v} et \vec{B} ont même sens

ainsi que le majeur

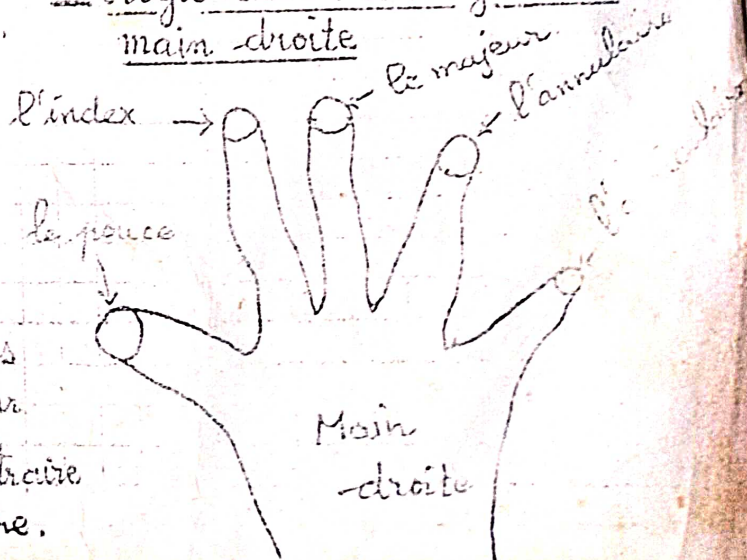
et \vec{F}_m est de sens contraire

au majeur sens contraire.

Le vecteur champ magnétique \vec{B} est symboliquement représenté par :

- ⊙ vers l'œil de l'observateur (\vec{B} est attractif)
- ⊗ sens contraire de l'œil de l'observateur (\vec{B} est fuyant)

Règle des trois doigts de la main droite



Exercice 6
Un projectile ponctuel S de masse $m = 10 \text{ kg}$ est lancé à la date $t = 0$ d'un point O avec une vitesse ($V_0 = 9,80 \text{ m/s}$), faisant un angle $\alpha = 60^\circ$ par rapport à l'horizontal Ox, on néglige tous les frottements. Le tir atteint le terrain OT incliné d'un angle $\theta = 20^\circ$.
On donne les coordonnées de I : $x = 1,5 \text{ m}$, $y = 0,5 \text{ m}$.

index, le majeur et le pouce
constitue le trièdre orthonormé.

- Le pouce représente \vec{V}
- l'index représente \vec{B}
- le majeur représente \vec{E}

H.B : B s'exprime en Tesla (T)

Nature du mouvement

Référentiel : T.S.G
Système : Particule de masse m
les forces : \vec{P}, \vec{F}_m
R.E.D.T : $\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$

$$\vec{F}_m = m \vec{a} \quad \text{car } P \ll F$$

$$q(\vec{V}_0 \wedge \vec{B}) = m \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{q(\vec{V}_0 \wedge \vec{B})}{m} = \text{cte}$$

$$a = a_n = \frac{V_0^2}{R}$$

Conclusion : la particule a un mouvement circulaire uniforme.

Les équations paramétriques

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{F}{m} = \frac{q \cdot V_0 \cdot B}{m} \\ a_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = \frac{q \cdot V_0 \cdot B}{m} t \\ V_z = 0 \end{cases}$$

$$x = V_0 t$$

$$y = \frac{q \cdot V_0 \cdot B}{2m} t^2$$

$$z = 0$$

d'où

$$x = V_0 t$$

$$y = \frac{q \cdot V_0 \cdot B}{2m} t^2$$

Equation de la trajectoire

$$y = \frac{q \cdot V_0 \cdot B}{2m} t^2$$

Trouvons t dans x

$$x = V_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$$

d'où

$$y = \frac{q \cdot B}{2m V_0} x^2$$

Conclusion : La trajectoire est une parabole.

Rayon de courbure de la trajectoire : R

$$\text{Comme } F_m = m a \Rightarrow a = \frac{F_m}{m}$$

$$\text{avec } a = a_n = \frac{V_0^2}{R}$$

$$\text{on a } \frac{V_0^2}{R} = \frac{F_m}{m} \Rightarrow R = \frac{m \cdot V_0^2}{F_m}$$

$$\text{or } F_m = q \cdot V_0 \cdot B \cdot \sin \alpha$$

$$\alpha = (\vec{V}_0, \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\Rightarrow F_m = q \cdot V_0 \cdot B$$

$$R = \frac{m \cdot V_0^2}{q \cdot V_0 \cdot B} \Rightarrow R = \frac{m \cdot V_0}{q \cdot B}$$

La période : T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{avec } V_0 = R\omega \Rightarrow \omega = \frac{V_0}{R}$$

$$T = \frac{2\pi R}{V_0}$$

$$\text{avec } R = \frac{m V_0}{q B} \Rightarrow$$

$$T = \frac{2\pi m}{q \cdot B}$$

Exercice 0
 Du projectile ponctuel $\alpha = 60^\circ$ par rapport à l'horizontal Ox , on néglige les frottements. Le tir atteint le terrain OT incliné d'un angle θ (à déterminer). La vitesse initiale est $v_0 = 9,80 \text{ m/s}$. Le tir atteint le terrain OT incliné d'un angle θ . Les coordonnées de T sont (x, y) .

La fréquence : f

$$f = \frac{1}{T} = \frac{q.B}{2\pi m} \quad \text{ou} \quad f = \frac{v_0}{2\pi R}$$

Position du centre de gravité : OG

$$OG = \frac{OO'}{2} = \frac{l}{2}$$

Distance ou diamètre du cercle

$$d = 2R \quad \text{avec} \quad R = \frac{mv_0}{qB}$$

$$d = \frac{2mv_0}{qB}$$

Comme $y = \frac{qB}{2m} x^2 \Rightarrow \frac{2mv_0}{qB} = \frac{x^2}{\frac{l}{2}} = \frac{l^2}{y}$

$$d = \frac{l^2}{y}$$

Angle α de la particule au sortir du champ (plaque l)

$$\tan \alpha = \frac{OO'}{O'C}$$

avec $OO' = l$ et $O'C = R$

$$\tan \alpha = \frac{l}{R}$$

α est petit, $\tan \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$

$$\alpha = \frac{l}{R} \quad (\text{en radian})$$

avec $R = \frac{mv_0}{qB}$ on a : $d = \frac{qB \cdot l}{m \cdot v_0}$

la déviation du champ est :

$$d = \frac{m \cdot v_0}{q \cdot B} \alpha$$

La déviation PP' sur l'écran

$$\tan \alpha = \frac{PP'}{IP'}$$

avec $IP' = D + \frac{l}{2}$

$$\tan \alpha = \frac{PP'}{D + \frac{l}{2}}$$

$$\Rightarrow PP' = (D + \frac{l}{2}) \tan \alpha$$

avec $\tan \alpha \approx \alpha$

$$PP' = (D + \frac{l}{2}) \alpha$$

$$\text{or } \alpha = \frac{qB l}{m v_0}$$

$$PP' = (D + \frac{l}{2}) \frac{q \cdot B \cdot l}{m \cdot v_0}$$

$$y_{M_1} = a \sin(\omega t - \frac{d_1}{v})$$

$$y_{M_1} = a \sin(\omega t - \frac{\omega d_1}{v})$$

$$y_{M_1} = a \sin(\omega t - \frac{50\pi \cdot 43 \cdot 10^{-2}}{5})$$

$$y_{M_1} = a \sin(\omega t - 4,3\pi)$$

$$y_{M_1} = a \sin(\omega t - 4\pi - 0,3\pi)$$

$$y_{M_1} = a \sin(\omega t - \frac{3\pi}{10})$$

$$y_{M_2} = a \sin[\omega(t - \frac{d_2}{v}) + \frac{\pi}{2}]$$

$$y_{M_2} = a \sin(\omega t - \frac{\omega d_2}{v} + \frac{\pi}{2})$$

$$y_{M_2} = a \sin(\omega t - \frac{50\pi \cdot 63 \cdot 10^{-2}}{5} + \frac{\pi}{2})$$

$$y_{M_2} = a \sin(\omega t - 6,3\pi + 0,5\pi)$$

$$y_{M_2} = a \sin(\omega t - 6\pi - 0,3\pi + 0,5\pi)$$

$$y_{M_2} = a \sin(\omega t + 0,2\pi)$$

$$y_{M_2} = a \sin(\omega t + \frac{2\pi}{10})$$

$$y_M = y_{M_1} + y_{M_2}$$

$$y_M = a \sin(\omega t - \frac{3\pi}{10}) + a \sin(\omega t + \frac{2\pi}{10})$$

$$y_M = 2a \cos \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$$

$$y_M = 2a \cos \frac{5\pi}{20} \sin(\omega t - \frac{\pi}{20})$$

$$y_M = 2a \cos \frac{\pi}{4} \sin(\omega t - \frac{\pi}{20})$$

$$y_M = a\sqrt{2} \sin(50\pi t - \frac{\pi}{20})$$

(3) Nombre de points immobiles entre S_1 et S_2

Comme S_1 et S_2 ne sont pas en phase, alors

$$A = 2a \cos[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) + \frac{4\pi}{2}]$$

$$A = 2a \cos[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4}]$$

$$A = 0 \Rightarrow 2a \cos[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4}] = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4}] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\Leftrightarrow \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + k = \frac{3}{4} + k$$

$$\Leftrightarrow d_2 - d_1 = (k + \frac{3}{4})\lambda$$

$$-D < d_2 - d_1 < D$$

$$\Leftrightarrow -D < (k + \frac{3}{4})\lambda < D$$

$$\Leftrightarrow -\frac{D}{\lambda} < k + \frac{3}{4} < \frac{D}{\lambda}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{D}{\lambda} - \frac{3}{4} < k < \frac{D}{\lambda} - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{D}{\lambda} - \frac{3}{4} < k < \frac{D}{\lambda} - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{35 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot \frac{2\pi}{50\pi}} - \frac{3}{4} < k < \frac{35 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot \frac{2\pi}{50\pi}} - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -2,5 < k < 1 \Leftrightarrow k \in [-2; 0]$$

concl: Il y a 3 points immobiles entre S_1 et S_2 .

PENDULE PESANT

PHATRICK
"GAZEA"

EXERCICE 1 : Roue

Une roue de bicyclette peut être schématisée de la façon suivante : elle est assimilée à une circonférence de centre O et de rayon $\frac{1}{3}$ de mètre. Sa masse m est uniformément répartie sur cette circonférence. Cette roue peut osciller, sans frottement, dans un plan vertical, autour d'un axe horizontal passant par un point A de sa circonférence.

1. On écarte la roue de sa position d'équilibre d'un petit angle α ($\sin \alpha \approx \alpha$) et on l'abandonne sans vitesse initiale.
 - a. Quelle est la nature du mouvement ? La démonstration est exigée. Calculer la période.
 - b. Quelle est la longueur du pendule simple synchrone de ce pendule ?
2. On écarte la roue de sa position d'équilibre dans le plan vertical d'angle de 60° . On abandonne la roue sans vitesse initiale. Elle oscille dans ce plan autour de sa position d'équilibre.
 - a. Indiquer la position de la roue lorsque sa vitesse angulaire est maximale.
 - b. Calculer cette vitesse.

EXERCICE 2 : Règle

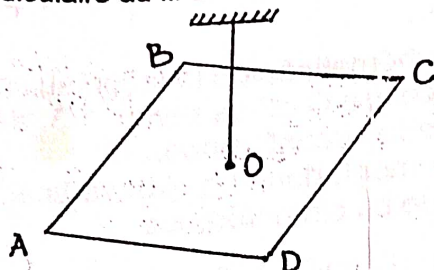
Un pendule composé est constitué par une règle plane homogène de longueur $L=1$ mètre et de masse m, qui oscille autour d'un axe (Δ) horizontal qui lui est perpendiculaire, en un point O situé à $\frac{L}{10} = 10$ cm de son extrémité supérieure.

1. Calculer, en fonction de m et de L, le moment d'inertie J_Δ de la règle par rapport à l'axe (Δ).
2. Etablir la formule donnant la période des oscillations de faible amplitude d'un pendule de masse m oscillant dans un plan vertical autour d'un axe horizontal situé à la distance d de son centre de gravité, le moment d'inertie de ce pendule par rapport à l'axe étant désigné par J. Appliquer la formule pour le pendule précédent.
3. Déterminer l'expression littérale de la longueur l du pendule simple synchrone de la règle. Calculer sa valeur.

EXERCICE

Dans tout le problème on prendra $g = 9,8 \text{ m/s}^2$; $\pi^2 = 9,9$ et on donnera les résultats numériques avec deux chiffres significatifs.

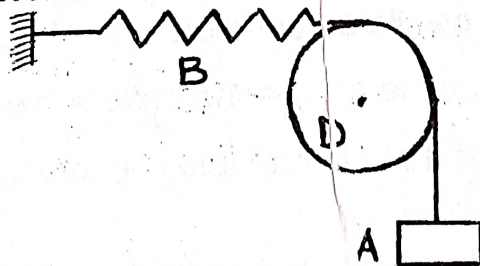
Un carré ABCD, découpé dans une plaque rigide homogène, est suspendu par son centre O à un fil de torsion de constante C (fig1). Ce carré peut osciller dans un plan horizontal perpendiculaire au fil de torsion dont la direction est maintenue fixe.



1. Déterminer la nature du mouvement d'oscillation du carré autour de l'axe de rotation matérialisé par le fil de torsion et donner l'expression littérale de sa période T_1 d'oscillation en fonction des caractéristiques du montage. Une mesure de T_1 donne $T_1 = 8,7 \text{ s}$.
2. Lorsqu'au point O du fil on suspend, à la place du carré, un objet de moment d'inertie $J_2 = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ par rapport au fil de torsion précédent, on mesure la période d'oscillation $T_2 = 7,2 \text{ s}$.
 - a. Déterminer la valeur du moment d'inertie du carré ABCD par rapport au fil.
 - b. Déterminer la constante de torsion C du fil.Rép : $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$; $C = 1,30 \cdot 10^{-3} \text{ N.m.r}^{-1}$

EXERCICE

On considère le dispositif suivant : B est un ressort de constante de raideur k, dont l'allongement est proportionnel à la tension. D est un disque homogène d'axe horizontal fixe, de masse m, de rayon r, mobile sans frottement autour de cet axe.



A est un corps de masse M, lié au ressort par un fil inextensible et sans masse, s'enroulant sur le disque. Le fil ne glisse pas sur le disque servant de poulie.

1. Ecrire la relation donnant l'allongement Δl du ressort à l'équilibre.
2. On déplace A verticalement vers le bas d'une longueur inférieure à Δl (de façon que le ressort soit constamment tendu) et on l'abandonne sans vitesse initiale.
 - a. Etablir que le disque D prend un mouvement sinusoïdal de rotation d'élongation angulaire α
 - b. Etablir la relation donnant la période T de ce mouvement.
 - c. A.N : Calculer T sachant que $k = 100 \text{ N/m}$; $m = 1 \text{ kg}$; $r = 10 \text{ cm}$; $M = 2,5 \text{ kg}$Rép : 1,1s.

EXERCICE 1



$$a = OA = R = 0,33 \text{ m}$$

① a. Nature du mouvement

- Système : roue de masse M
- Référentiel : T.S.G
- Bilan : \vec{R} et \vec{P}
- R.F.D : $M\vec{R}/\Delta + M\vec{P}/\Delta = J\ddot{\alpha}$
- $\Leftrightarrow 0 - mg OG \sin \alpha = J\ddot{\alpha}$
- $\Leftrightarrow J\ddot{\alpha} + mg OG \sin \alpha = 0$
- α petit $\Rightarrow \sin \alpha \approx \alpha$; d'où
- $J\ddot{\alpha} + mg OG \alpha = 0$

$$\Leftrightarrow \ddot{\alpha} + \frac{mg OG}{J} \alpha = 0$$

L'équation différentielle est du type $\ddot{\alpha} + \omega^2 \alpha = 0$, avec $\omega^2 = \frac{mg OG}{J}$
 Il s'agit donc d'un mouvement de rotation sinusoïdal.

Calcul de la période propre

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}}$$

$$* a = R$$

$$* J = J_0 + ma^2 = mR^2 + mR^2 = 2mR^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2mR^2}{mgR}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} ; T = 3,14 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,33}{10}}$$

$$T = 1,62 \text{ s}$$

b. Longueur du pendule simple synchrone.

$$T = T' \Leftrightarrow 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{2R}{g}} = \sqrt{\frac{l}{g}} \Leftrightarrow \frac{2R}{g} = \frac{l}{g}$$

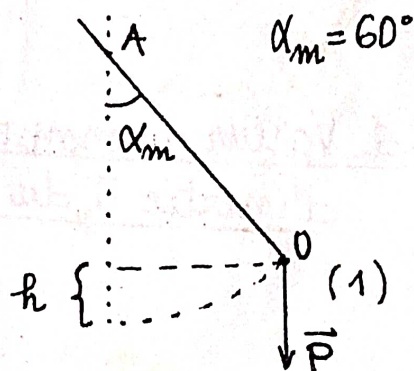
$$\Leftrightarrow 2R = l \Leftrightarrow l = 2R$$

$$l = 0,66 \text{ m}$$

② a. Position de la roue lorsque la vitesse est maximale

La vitesse angulaire est maximale lorsque la roue passe par sa position d'équilibre stable ; dans cette position, O est situé sur la verticale passant par A, en dessous.

b. Calculons cette vitesse angulaire maximale



EXERCICE 3

① Nature du mot du carré

- Système: carré de masse m
- Référentiel: T.S.G
- Bilan: \vec{P} , \vec{T} , force de torsion
- R.F.D: $M_{\vec{P}/O} + M_{\vec{T}/O} + M_{t/O} = J\ddot{\theta}$

$$\Leftrightarrow 0 + 0 - C\theta = J\ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow J\ddot{\theta} + C\theta = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J}\theta = 0$$

Cette équation est du type $\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$, avec $\omega^2 = \frac{C}{J}$.

Le mot du carré est donc sinusoïdal

Expression de T_1 en fonction des caractéristiques du montage

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}; \text{ or } \omega_1 = \sqrt{\frac{C}{J_1}};$$

$$\text{d'où } T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{J_1}}}; \text{ soit}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{C}}$$

② a. Valeur du moment d'inertie J_1 du carré.

$$\times \text{ Pour le carré: } T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{C}}$$

avec $T_1 = 8,7\text{s}$

$$\times \text{ Pour l'objet remplacé: } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{C}} \text{ avec } T_2 = 7,2\text{s}$$

et $J_2 = 1,7 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$

$$\times \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \frac{\frac{J_1}{C}}{\frac{J_2}{C}} = \frac{J_1}{J_2}$$

$$\text{On tire: } J_1 = J_2 \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$$

$$\text{AN: } J_1 = 1,7 \cdot 10^{-3} \left(\frac{8,7}{7,2}\right)^2$$

$$J_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

b. Constante de torsion C du fil

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{C}}; T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{C}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{C}} \Leftrightarrow T_2^2 = \frac{4\pi^2 J_2}{C}$$

$$\Leftrightarrow C = \frac{4\pi^2 J_2}{T_2^2}$$

$$\text{AN: } C = \frac{4 \cdot 9,8 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3}}{(7,2)^2}$$

$$C = 1,30 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rd}^{-1}$$

Exercice 0
 Projectile ponctuel S de masse m = 0,5 kg est lancé à la date t = 0
 faisant un angle $\alpha = 60^\circ$ par rapport à l'horizontal
 avec une vitesse initiale $v_0 = 80 \text{ m/s}$. Le tir atteint le terrain OT incliné
 d'ordonnées de 1

Il s'agit des oscillations de grande amplitude. On applique le théorème de l'énergie cinétique.

$$E_{c2} - E_{c1} = W_p$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} J \dot{\alpha}^2 - 0 = mgh_{00'}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} MR^2 \dot{\alpha}^2 = mg O'O''$$

$$\Leftrightarrow R^2 \dot{\alpha}^2 = 2g(AD' - AD'')$$

$$\Leftrightarrow R^2 \dot{\alpha}^2 = 2g(R - R \cos \alpha_m)$$

$$\Leftrightarrow R^2 \dot{\alpha}^2 = 2gR(1 - \cos \alpha_m)$$

$$\Leftrightarrow R \dot{\alpha}^2 = 2g(1 - \cos \alpha_m)$$

$$\Leftrightarrow \dot{\alpha}^2 = \frac{2g}{R}(1 - \cos \alpha_m)$$

$$\dot{\alpha} = \sqrt{\frac{2g}{R}(1 - \cos \alpha_m)}$$

$$\dot{\alpha} = 5,5 \text{ rad/s}$$

↑

Recorrige

$$E_{c2} - E_{c1} = \sum \vec{r}_i \cdot (\vec{F}_i \times \vec{t})$$

$$\frac{1}{2} J \dot{\alpha}^2 - 0 = mgh$$

$$J \dot{\alpha}^2 = 2mgh$$

$$2mR^2 \dot{\alpha}^2 = 2mgR(1 - \cos 60^\circ)$$

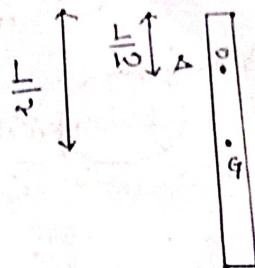
$$R \dot{\alpha}^2 = g(1 - \frac{1}{2})$$

$$\dot{\alpha}^2 = \frac{g}{2R}$$

$$\dot{\alpha} = \sqrt{\frac{g}{2R}}$$

Exercice 2

Règle : $L = 1 \text{ m}$



$$OG = \frac{L}{2} - \frac{L}{10} = \frac{2}{5}L$$

④ moment d'inertie de la règle par rapport à Δ

$$J_S = J_G + md^2$$

$$= \frac{1}{12} mL^2 + md^2$$

$$\text{or } d = OG = \frac{L}{2} - \frac{L}{10} = \frac{4}{10}L = \frac{2}{5}L$$

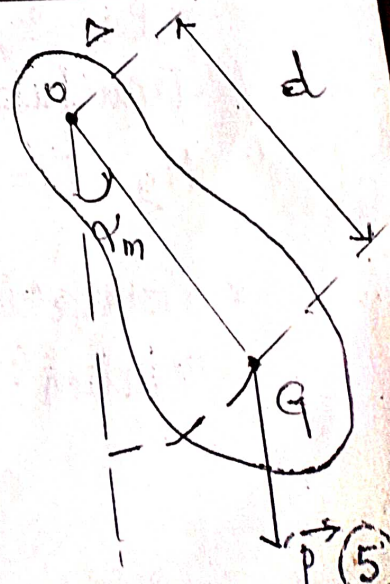
$$\text{donc } J_{S/\Delta} = \frac{1}{12} mL^2 + m \left(\frac{2}{5}L \right)^2$$

$$= \frac{1}{12} mL^2 + \frac{4}{25} mL^2$$

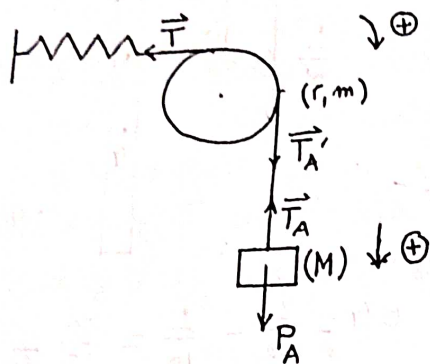
$$J_{S/\Delta} = \frac{43}{300} mL^2$$

② Formule de la période d'un pendule pesant

- Sys



EXERCICE 4



① Écrivons la relation d'équilibre

* Pour le corps A en équilibre :

$$\vec{P}_A + \vec{T}_A = \vec{0} ; Mg - T_A = 0 ; T_A = Mg$$

* Pour le disque D en équilibre :

$$M_{T'/D} + M_{T/D} = 0 ; rT_A' - rT = 0$$

$$T_A' - T = 0$$

$$* T_A' - T = 0 \Leftrightarrow Mg - k\Delta l = 0$$

$$\Leftrightarrow Mg = k\Delta l \Leftrightarrow \boxed{\Delta l = \frac{Mg}{k}}$$

② Établissons que le mot du disque est sinusoïdal.

* Pour le corps A en mot de

translation : $\vec{P}_A + \vec{T}_A = M\vec{a}$

$$Mg - T_A = M\ddot{x} ; T_A = Mg - M\ddot{x} \quad (1)$$

* Pour le disque D en mot de

rotation : $M_{T'/D} + M_{T/D} = J\ddot{\alpha}$

$$rT_A' - rT = J\ddot{\alpha} ; T_A' - T = \frac{J}{r}\ddot{\alpha} \quad (2)$$

$$* T_A' - T = \frac{J}{r}\ddot{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow Mg - M\ddot{x} - k(\Delta l + x) = \frac{\frac{1}{2}mr^2}{r}\ddot{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow Mg - M\ddot{x} - k\Delta l - kx = \frac{1}{2}mr\ddot{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{Mg - k\Delta l}_{=0} - M\ddot{x} - kx = \frac{1}{2}mr\ddot{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow -M\ddot{x} - kx = \frac{1}{2}mr\ddot{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow -M \cdot r\ddot{\alpha} - kr\alpha = \frac{1}{2}mr\ddot{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow -M\ddot{\alpha} - k\alpha = \frac{1}{2}m\ddot{\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m\ddot{\alpha} + M\ddot{\alpha} + k\alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow (\frac{1}{2}m + M)\ddot{\alpha} + k\alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\ddot{\alpha} + \frac{k}{\frac{1}{2}m + M}\alpha = 0}$$

L'équation étant du type $\ddot{\alpha} + \omega^2\alpha = 0$, avec $\omega^2 = \frac{k}{\frac{m}{2} + M}$, le mot est sinusoïdal.

b. Établissons la relation donnant T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} ; \text{ or } \omega = \sqrt{\frac{k}{\frac{m}{2} + M}} ; \text{ d'où}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{\frac{m}{2} + M}}} ; \text{ soit } T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{m}{2} + M}{k}}$$

c. Application numérique

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{0,5 + 2,5}{100}} ; T =$$

③

EXERCICE

① Expression de v en fonction de h

La bille en chute libre sans vitesse initiale est animée d'un mouvement vertical uniformément varié; $a=g$

La R.I.T s'écrit:

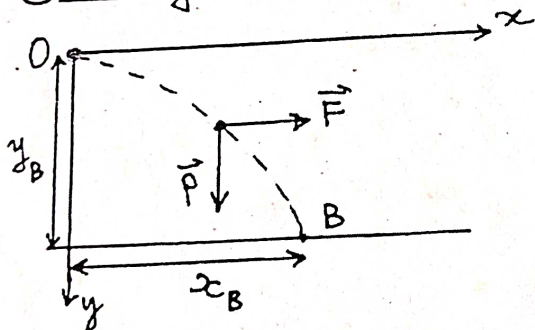
$$v^2 - v_0^2 = 2ah ; \text{ soit }$$

$$v^2 - 0 = 2gh ; \text{ On tire }$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$\text{AN: } v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 50 \cdot 10^{-2}} ; \quad v = 3,13 \text{ m/s}$$

② a. Signe de la charge Q



Par définition $\vec{F} = Q \vec{E}$

Comme la sphère est déviée vers la droite, alors \vec{F} est orienté dans le même sens que \vec{E}

cl: Q est positif: $Q > 0$

b. Equation de la trajectoire

* Conditions initiales:

$$O \mid \begin{matrix} x_0=0 \\ y_0=0 \end{matrix} ; \quad \vec{v}_0 \mid \begin{matrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=0 \end{matrix}$$

* Système: Sphère A de masse m

* Référentiel: T. S. G

* Bilan: \vec{P} et \vec{F}_e .

* T. C. I: $\vec{P} + \vec{F}_e = m\vec{a}$.

* Projection sur Ox : $0 + F_e = ma_x$

$$\Rightarrow a_x = \frac{F_e}{m} = ct \Rightarrow \text{MRUV}$$

* Projection sur Oy : $mg + 0 = ma_y$

$$\Rightarrow a_y = g = ct \Rightarrow \text{MRUV}$$

$$* . OM \mid \begin{matrix} x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{0x} t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 \end{matrix}$$

$$\overline{MH} \mid \begin{matrix} x = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_e}{m} t^2 \quad (1) \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (2) \end{matrix}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{gm}{F_e} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{P}{F_e}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{y = \frac{mg}{QE} x}$$

c. Coordonnées du point B

$$* y_B = \frac{mg}{Q \cdot E} \cdot x_B ; \text{ Or } y_B = h$$

$$\text{Donc } h = \frac{mg x_B}{Q \cdot E} ; \text{ On tire}$$

$$x_B = \frac{h \cdot Q \cdot E}{mg}$$

cl:

$$B \mid \begin{matrix} x_B = \frac{h \cdot Q \cdot E}{mg} \\ y_B = h \end{matrix} ;$$

$$B \mid \begin{matrix} x_B = \\ y_B = 50 \text{ cm} \end{matrix}$$

EXERCICE 1
Deux ressorts identiques R_1 et R_2 , d'axes verticaux, inférieure, une pointe verticale frappant périodiquement en S_1 et S_2 ; la distance S_1S_2 est égale à $2h$.

CURRICULUM VITAE

PHOTO

INFORMATIONS PERSONNELLES

Noms: DIAVANGA BAVIDI

Prénoms: Fresnel Thalès

Date et lieu de Naissance: 05 Juill 1990 à Pointe-Noire

Situation matrimoniale: célibataire avec 01 enfant

Adresse: Mbotla carlos

Nationalité: Congolaise

Tel: 06 903 77 87 / 04 453 92 05

Savoir-Faire Professionnels

~~étudiant en 2^e année d'Ingénierie pétrolière~~

- Connaissance de la Géophysique
- Connaissance en géologie
- Connaissance en Forage pétrolier
- Connaissance en traitement et transport du pétrole brut
- Connaissance en traitement des eaux

Cursus scolaire et diplômes obtenus

- 2016 - 2017 : étudiant en 2^e année à l'Ecole Africaine de Développement (EAD)
- 2013 - 2014 : BAC D au lycée Nganga Edouard de Brazzaville
- 2007 - 2008 : BEPC au CEG Tchiniambi Mbotla de Pointe-Noire

Connaissances particulières:

Maîtrise des logiciels Word et Excel sur PC.

Langues:

Français: lu, parlé et écrit

Anglais: Moyen, lu et écrit

II. INTERFÉRENCES

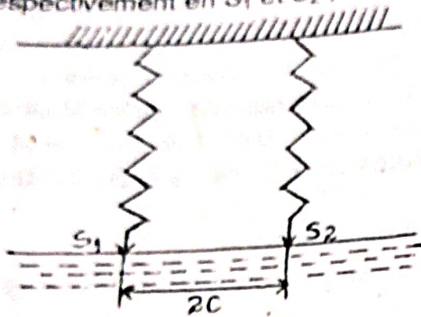
- Phénomène observé
- Equations horaires de sources
- Equation horaire d'un point M
- Détermination et représentation des hyperboles

TEDSON R. & C. [T₃ 100] (LVA)

Quand les sources S_1 et S_2 ne vibrent pas en phase

EXERCICE 1

Deux ressorts identiques R_1 et R_2 , d'axes verticaux, portent chacun à son extrémité inférieure, une pointe verticale frappant périodiquement une surface d'eau, respectivement en S_1 et S_2 ; la distance S_1S_2 est égale à $2c$.



Les mouvements des ressorts sont tels que les sources S_1 et S_2 vibrent en quadrature, S_1 étant en avance par rapport à S_2 . Leurs vibrations sont sinusoïdales, de période T , et se propagent, en rides circulaires, à la surface de l'eau, sans amortissement, avec une célérité V et une amplitude a .

1. Déterminer, en un point M , l'amplitude du mouvement résultant, en supposant que les vibrations issues de S_1 et S_2 arrivent en M avec des amplitudes égales.

On posera : $S_1M = d_1$ et $S_2M = d_2$

2. Déterminer l'état vibratoire du milieu O de S_1S_2 , c'est à dire son amplitude et son déphasage par rapport à la source.

EXERCICE "C" 1993

Deux sources synchrones sinusoïdales S_1 et S_2 , de fréquence $f = 50\text{Hz}$, distantes de $d = 20\text{ mm}$, émettent à la surface d'un liquide des rides concentriques qui se propagent à la célérité de $0,3\text{ m/s}$. Les élongations des deux sources sont données en fonction du

temps par : $y_{S1} = a \sin 2\pi ft$ et $y_{S2} = a \sin (2\pi ft + \pi)$

1. Montrer que :

- a) tous les points de la médiatrice de S_1S_2 ont une amplitude constamment nulle.
- b) sur le segment S_1S_2 , les points d'amplitude nulle sont équidistants d'une demi-longueur d'onde.

2. Combien de franges d'amplitude nulle observe-t-on entre S_1 et S_2 ?

Exercice

Une lame vibrante est animée d'un mouvement sigmoïdal de fréquence 100Hz. Elle est munie d'une pointe frappe verticalement la surface d'une nappe d'eau en un point S. La pointe décrit un segment de droite de longueur 2 mm. Les vibrations de la pointe produisent à la surface de l'eau des ondes transversales de même fréquence et de même amplitude que la pointe. La vitesse de propagation des ondes à la surface de l'eau est 0,4m/s. On suppose qu'il n'y a ni réflexion, ni amortissement des ondes.

1. Ecrire l'équation du mouvement de S, puis celle du mouvement d'un point M situé à la distance $SM=x=1,4\text{cm}$ de S. Comparer les mouvements vibratoires de S et M. origine des temps : instant où la perturbation débutée en S, le point S allant dans le sens des elongations négatives.
2. Représenter les mouvements de S et M sur le même graphique.
3. Représenter graphiquement une coupe verticale de la surface du liquide passant par S à la date $t = 0,035\text{s}$.

Exercice

1. Si l'on fait tomber des gouttes d'eau à raison de 80 gouttes à la minute sur une surface d'une nappe d'eau, on constate qu'il naît des rides circulaires dont le centre est au point de chute et que la distance entre 2 crêtes consécutives est 0,45m. Trouver la célérité des ondes à la surface de l'eau.
2. On réalise en 2 points de cette surface, situés à 21 cm l'un de l'autre, deux ébranchements transversaux périodiques sinusoïdaux en phase, de période $T = 1/10\text{s}$ et d'amplitude $a = 1\text{cm}$ et qui, à partir de S1 et S2, se propagent dans toutes les directions à la surfaces du liquide.
 - a. En un point M situé à la distance d_1 et d_2 de S1 et S2, calculer la perturbation en fonction du temps en supposant que l'on puisse négliger la vibration d'amplitude sur le faible espace où l'on opère.
 - b. Déterminer et représenter les lieux des points M où l'amplitude est soit maximale (en traits pleins) soit minimale (en pointillés).
 - c. Déterminer les positions des nœuds et des ventres sur la droite infinie $x'x$ passant par S1 et S2

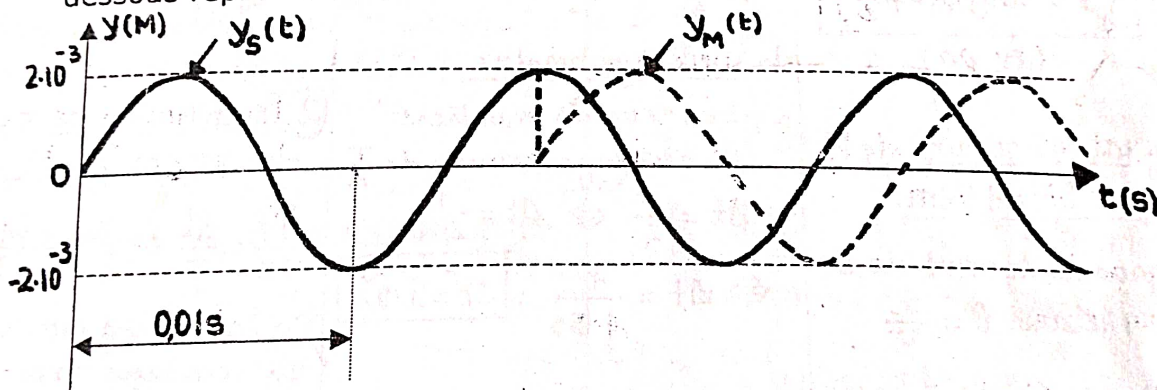
EXERCICE : Bac "D" 2002

L'extrémité S d'une corde élastique vibrante tendue horizontalement est animée d'un mouvement transversal sinusoïdal de fréquence $N = 50 \text{ Hz}$ et d'amplitude $a = 1 \text{ cm}$. Des ondes se propagent alors le long de cette corde à la célérité $V = 1 \text{ m/s}$. A l'instant $t = 0$, l'élongation du point S est maximale et positive.

1. Ecrire l'équation horaire du mouvement :
 - a. du point S
 - b. d'un point M situé à $1,5 \text{ cm}$ de S.
2. a. Donner les courbes représentatives des deux mouvements dans un même système d'axes.
b. Déduire de ces courbes le décalage horaire entre les deux mouvements.

EXERCICE : Bac "D" 2003

Un vibreur est relié à l'une des extrémités S d'une longue corde. A l'instant $t = 0$, S commence à vibrer à partir de sa position d'équilibre, prise pour origine des élongations, avec une vitesse positive. Ces vibrations de période T , de fréquence N , d'amplitude a , ont pour célérité $V = 20 \text{ m/s}$. On néglige les réflexions des ondes à l'autre extrémité de la corde. Les élongations $Y_S(t)$ du point S et $Y_M(t)$ du point M sont ci-dessous représentées.



1. a. Quelles sont les valeurs de l'amplitude a et de la fréquence N des Vibrations ?
b. Déterminer le retard θ avec lequel le point M commence son mouvement par rapport à S. Déduire la distance $SM = x$.
2. Les points S et M vibrent-ils en phase, en opposition de phase ou en quadrature de phase ? Justifier la réponse.
3. Etablir les équations horaires $Y_S(t)$ et $Y_M(t)$ des mouvements de S et M.

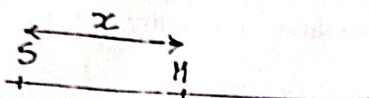
Phénom
Equation
Equation
Déterm

Phénom
et de m
Nous b
amplit

A

EXERCICE "D" 2002

$N = 50 \text{ Hz}$; $a = 1 \text{ cm}$; $V = 1 \text{ m/s}$



① Equation horaire de S

S est animé d'un mouvement
sinusoidal: $y_s = a \sin(\omega t + \varphi_0)$

$a = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$

$\omega = 2\pi N = 100$

à $t = 0$, $y_s = a \sin \varphi_0 = +a$

$\Leftrightarrow \sin \varphi_0 = 1 \Leftrightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

ccl: $y_s = 10^{-2} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$
(en m)

b. Equation horaire de M

tel que $SM = 1,5 \text{ cm}$.

M reproduit le mvt de S
avec un retard $\theta = \frac{x}{V}$

D'où $y_M = y_s(t - \theta)$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-2} \sin[100\pi(t - \frac{x}{V}) + \frac{\pi}{2}]$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-2} \sin[100\pi t - \frac{100\pi x}{V} + \frac{\pi}{2}]$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-2} \sin[100\pi t - \frac{100\pi \cdot 1,5 \cdot 10^{-2}}{1} + \frac{\pi}{2}]$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-2} \sin(100\pi t - 1,5\pi + 0,5\pi)$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-2} \sin(100\pi t - \pi)$

② a. Courbes de $y_s(t)$ et $y_M(t)$

$y_s = a \sin(\frac{2\pi}{T} t + \frac{\pi}{2})$

Retard de M: $\frac{t}{T} = \frac{x}{V}$

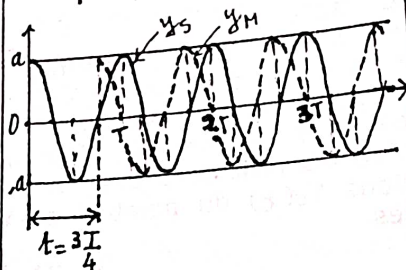
$\Leftrightarrow \frac{t}{T} = \frac{x}{VT} \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \frac{xN}{V}$

$\Leftrightarrow \frac{t}{T} = \frac{1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 50}{1} = 0,75 = \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow t = \frac{3T}{4}$

Tableau des valeurs de y_s

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4}$
y_s	a	0	-a	0	a



b. Décalage horaire

Les courbes montrent
un décalage horaire de $\frac{T}{4}$

$\Delta t = \frac{T}{4} \Leftrightarrow \Delta t = \frac{1}{4N}$

$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{1}{4 \cdot 50}$; $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

EXERCICE "D" 2003

$V = 20 \text{ m/s}$

① a. Valeurs de a et N

* Sur l'axe des ordonnées,
On peut lire la valeur de a

$a = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

* Sur l'axe des abscisses

on peut lire: $\frac{3T}{4} = 0,01 \text{ s}$
 $\Leftrightarrow \frac{3}{4N} = 0,01 \text{ s} \Leftrightarrow N = \frac{3}{0,04}$

$N = 75 \text{ Hz}$

b. Retard θ du point M
Ce retard est lisible sur
l'axe des abscisses:

$\theta = \frac{5T}{4} \Leftrightarrow \theta = \frac{5}{4N}$

$\theta = \frac{5}{4 \cdot 75}$; $\theta = 0,016 \text{ s}$

Déduction de la distance

$SM = x$

$x = v\theta \Leftrightarrow x = \frac{20 \cdot 5}{4 \cdot 75}$

$x = 0,33 \text{ m}$

② Comparaison des mvt des points S et M

$\frac{\Delta \varphi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T} \Leftrightarrow \Delta \varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta t}{T}$

Or, les courbes montrent
un décalage horaire $\Delta t = \frac{T}{4}$

D'où $\Delta \varphi = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}$; $\Delta \varphi = \frac{\pi}{2}$

ccl: S et M vibrent en
quadrature de phase.

③ Equations horaires de S et M

$y_s = a \sin(\omega t + \varphi_0)$

$a = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $\omega = 150\pi \text{ rad/s}$

à $t = 0$ $\begin{cases} y_s = a \sin \varphi_0 = 0 \\ y_s = a \cos \varphi_0 > 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi_0 = 0$

ccl: $y_s = 2 \cdot 10^{-2} \sin(150\pi t)$

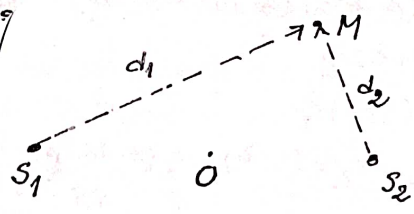
* M est en quadrature retard

$y_M = 2 \cdot 10^{-2} \sin(150\pi t - \frac{\pi}{2})$

$\text{SON } f \Leftrightarrow e \left[T^2 + \omega \right] \quad (L.V.A)$

II. INTERFERENCES MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1



$S_1 S_2 = 2C$

$y_{S_1} = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$y_{S_2} = a \sin \omega t$

① Amplitude du mouvement de M

$y_{H_1} = a \sin(\omega t - K d_1 + \frac{\pi}{2})$

$y_{H_2} = a \sin(\omega t - K d_2)$

$y_M = y_{H_1} + y_{H_2}$

$y_M = a \sin(\omega t - K d_1 + \frac{\pi}{2}) + a \sin(\omega t - K d_2)$

$y_M = 2a \cos \frac{P-Q}{2} \sin \frac{P+Q}{2}$

$y_M = 2a \cos \left[\frac{K}{2} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} \right] \sin \left[\omega t - \frac{K}{2} (d_1 + d_2) + \frac{\pi}{4} \right]$

$y_M = 2a \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} \right] \sin \left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) + \frac{\pi}{4} \right]$

$A = 2a \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} \right]$

② État vibratoire du milieu O de $S_1 S_2$

Comme O est milieu de $S_1 S_2$, alors

$d_1 = d_2 = C$; d'où :

$A_0 = 2a \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) + \frac{\pi}{4} \right]$
 $A_0 = 2a \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (C - C) + \frac{\pi}{4} \right]$
 $A_0 = 2a \cos \frac{\pi}{4} ; A_0 = 2a \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$
 $A_0 = a\sqrt{2}$

$\Phi_0 = -\frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1) + \frac{\pi}{4}$

$\Phi_0 = -\frac{\pi}{\lambda} (C + C) + \frac{\pi}{4}$

$\Phi_0 = -\frac{2\pi C}{\lambda} + \frac{\pi}{4}$

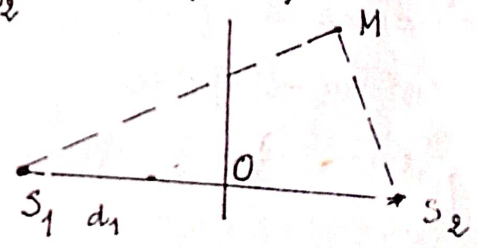
$y_M = a\sqrt{2} \sin \left[\omega t - \frac{2\pi C}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right]$

EXERCICE "C" 1993

$f = 50 \text{ Hz} ; d = S_1 S_2 = 20 \text{ mm}$

$V = 0,3 \text{ m/s} ; y_{S_1} = a \sin 2\pi f t$

$y_{S_2} = a \sin (2\pi f t + \pi)$



1. a. Montrons que tous les points de la médiatrice de $S_1 S_2$ ont une amplitude nulle.

de sources
en point M
présentation
la superposi
tude dans

ES S₁ F
NE OB
S₂ son
ce ayan

ondes
vibrations de même fréquence
ont même

- $y_{H_1} = a \sin(\omega t - K d_1)$
- $y_{H_2} = a \sin(\omega t - K d_2 + \pi)$
- $y_H = y_{H_1} + y_{H_2}$
- $y_H = a \sin(\omega t - K d_1) + a \sin(\omega t - K d_2 + \pi)$
- $y_H = 2a \cos \frac{P-Q}{2} \sin \frac{P+Q}{2}$
- $y_H = 2a \cos \left[\frac{K}{2} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2} \right] \sin \left[\omega t - \frac{K}{2} (d_2 + d_1) + \frac{\pi}{2} \right]$
- $A_H = 2a \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2} \right]$

Pour un point de la médiatrice de S₁S₂,
on a d₁ = d₂ ; d'où

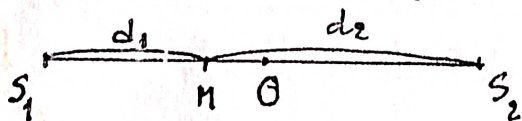
$$A = 2a \cos \left(-\frac{\pi}{2} \right) = 2a \cos \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{A=0}$$

b. Montrons que sur S₁S₂ tous les
points d'amplitude nulle sont
équidistants de $\frac{\lambda}{2}$

- $A=0 \Leftrightarrow 2a \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2} \right] = 0$
- $\Leftrightarrow \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2} \right] = 0$
- $\Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k\pi$
- $\Leftrightarrow \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = \pi + k\pi$
- $\Leftrightarrow d_2 - d_1 = (1+k)\lambda$

Soit O milieu de S₁S₂, on a :



$$\Leftrightarrow (S_2O + OM) - (S_1O - OM) = (1+k)\lambda$$

$$\Leftrightarrow S_2O + OM - S_1O + OM = (1+k)\lambda$$

$$\Leftrightarrow 2OM - (1+k)\lambda \Leftrightarrow OM = (1+k)\frac{\lambda}{2}$$

- $x_k = (1+k)\frac{\lambda}{2}$
- $x_{k+1} = (2+k)\frac{\lambda}{2}$
- $d = x_{k+1} - x_k = (2+k)\frac{\lambda}{2} - (1+k)\frac{\lambda}{2}$
- $d = (2+k-1-k)\frac{\lambda}{2} ;$

$$\boxed{d = \frac{\lambda}{2}} \quad c \cdot q \cdot f \cdot d$$

② Nombre de franges d'amplitude nulle
entre S₁ et S₂

$$-S_1S_2 < d_2 - d_1 < +S_1S_2$$

$$\Leftrightarrow -S_1S_2 < (1+k)\lambda < S_1S_2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} < 1+k < \frac{S_1S_2}{\lambda}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{S_1S_2}{\lambda} - 1 < k < \frac{S_1S_2}{\lambda} - 1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{20 \cdot 10^{-3}}{\frac{0,3}{50}} - 1 < k < \frac{20 \cdot 10^{-3}}{\frac{0,3}{50}} - 1$$

$$\Leftrightarrow -4,3 < k < 2,3$$

$$\Leftrightarrow k \in [-4; 2]$$

concl: Il existe 7 franges d'ampli-
tude nulle.

INTERFERENCES MECANQUES

Exercice
 N = 100 Hz; l = 2 mm; v = 0,4 m/s

① Equation horaire de S.

$y_s = a \sin(\omega t + \varphi_0)$
 $\bullet 2a = l \Leftrightarrow a = \frac{l}{2} = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$
 $\bullet \omega = 2\pi N = 2\pi \cdot 100 = 200\pi \text{ rad/s}$
 $\bullet \text{à } t=0, \begin{cases} y_s = a \sin \varphi_0 = 0 \\ \dot{y}_s = a\omega \cos \varphi_0 < 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \varphi_0 = 0 \\ \cos \varphi_0 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \varphi_0 = \pi$

$\ll b: y_s = 10^{-3} \sin(200\pi t + \pi)$

Equation horaire du point M tel que SM = \lambda = 1,4 cm

$y_M = 10^{-3} \sin[200\pi(t - \frac{x}{v}) + \pi]$
 $y_M = 10^{-3} \sin(200\pi t - \frac{200\pi x}{v} + \pi)$
 $y_M = 10^{-3} \sin(200\pi t - \frac{200\pi \cdot 1,4 \cdot 10^{-2}}{0,4} + \pi)$
 $y_M = 10^{-3} \sin(200\pi t - 7\pi + \pi)$
 $y_M = 10^{-3} \sin(200\pi t)$

Comparaison des mots de S et M

$\Delta\varphi = \varphi_S - \varphi_M = \pi - 0; \boxed{\Delta\varphi = \pi}$

$\ll b: S \text{ et } M \text{ vibrent en opposition de phase.}$

② Représentation des mots de S et M

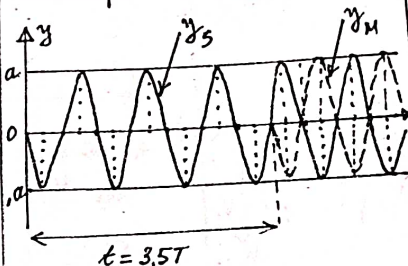
$\bullet y_s = a \sin(\frac{2\pi}{T}t + \pi)$
 $\bullet \text{Retard de M: } \frac{t}{T} = \frac{x}{\lambda}$

$\frac{t}{T} = \frac{x}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \frac{x}{vT} \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \frac{xN}{v}$

$\frac{t}{T} = \frac{1,4 \cdot 10^{-2} \cdot 100}{0,4} = 3,5$
 $\Rightarrow t = 3,5T$

* Tableau des valeurs de y_s

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4}$
y_s	0	-a	0	a	0



③ Représentation de la coupe de la surface à t = 0,035 s

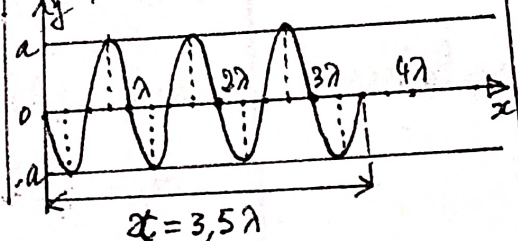
$\bullet y(x, t) = a \sin(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \pi)$
 $y(x, t) = a \sin(200\pi t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \pi)$
 $y(x) = a \sin(7\pi - \frac{2\pi}{\lambda}x + \pi)$
 $y(x) = a \sin(8\pi - \frac{2\pi}{\lambda}x)$
 $y(x) = a \sin(-\frac{2\pi}{\lambda}x)$

* Tableau des valeurs.

x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{2\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{4}$	$\frac{4\lambda}{4}$
y	0	-a	0	a	0

* front d'onde: $\frac{x}{\lambda} = \frac{t}{T}$

$\frac{x}{\lambda} = tN = 0,035 \cdot 100 = 3,5$
 $\Rightarrow x = 3,5\lambda$



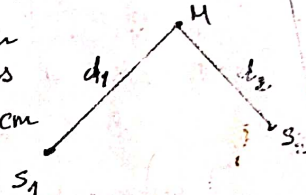
EXERCICE

① célérité des ondes

$\bullet N = \frac{80}{60} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$
 $\bullet d = \lambda = 0,45 \text{ m}$
 $\lambda = v \cdot T \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{N}; \text{ On tire.}$
 $\boxed{v = \lambda N}, v = 0,45 \cdot \frac{4}{3}$
 $\boxed{v = 0,6 \text{ m/s}}$

② a. Equation horaire de M tel que SM = d_1 et SM = d_2

$a = 1 \text{ cm}$
 $T = 0,1 \text{ s}$
 $S_1 S_2 = 21 \text{ cm}$



$y_{S_1} = y_{S_2} = a \sin \omega t$

$\bullet y_{M_1} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1)$

$\bullet y_{M_2} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2)$

$\bullet y_M = y_{M_1} + y_{M_2}$

$y_M = a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1) + a \sin(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2)$

$y_M = 2a \cos \frac{P-Q}{2} \sin \frac{P+Q}{2}$

$y_M = 2a \cos \frac{\lambda}{2} (d_2 - d_1) \sin[\omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2)]$

$a = 1 \text{ cm}; \lambda = vT = 0,6 \cdot 0,1 = 0,06 \text{ m}$

observé
 horaires de source
 oraire d'un point
 tion et représen
 résultant de la si
 direction.
 ons notre étude

SOURCE
 PHENOME
 lorsque S_1 et
 d'interfere

b. Détermination et représen-
 tation des points d'amplitude
 maximale et les points d'am-
 plitude nulle.

Points d'amplitude maximale:
 Comme les sources vibrent en
 phase alors: $d_2 - d_1 = 2k \frac{\lambda}{2}$

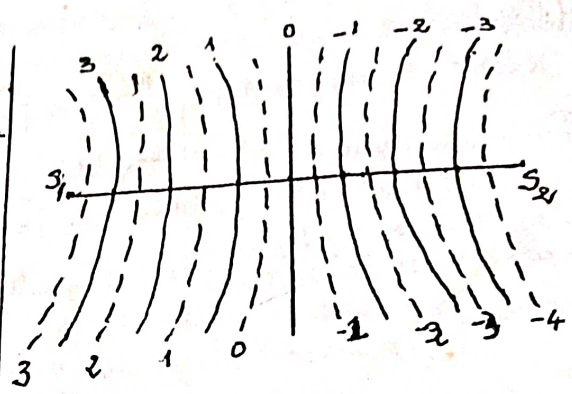
$$\begin{aligned} -S_1 S_2 &< k\lambda < S_1 S_2 \\ -\frac{S_1 S_2}{\lambda} &< k < \frac{S_1 S_2}{\lambda} \\ -\frac{21 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-2}} &< k < \frac{21 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-2}} \\ -3,5 &< k < 3,5 \\ -3 &< k < 3 \end{aligned}$$

7 hyperboles d'amplitude
 maximale

Points d'amplitude nulle:

$$\begin{aligned} d_2 - d_1 &= (2k' + 1) \frac{\lambda}{2} \\ -S_1 S_2 &< (2k' + 1) \frac{\lambda}{2} < S_1 S_2 \\ -S_1 S_2 &< k'\lambda + \frac{\lambda}{2} < S_1 S_2 \\ -S_1 S_2 - \frac{\lambda}{2} &< k'\lambda < S_1 S_2 + \frac{\lambda}{2} \\ -\frac{S_1 S_2}{\lambda} - \frac{1}{2} &< k' < \frac{S_1 S_2}{\lambda} + \frac{1}{2} \\ -3,5 - 0,5 &< k' < 3,5 + 0,5 \\ -4 &< k' < 3 \end{aligned}$$

8 hyperboles d'amplitude
 nulle.



c. Position des nœuds et des ventres

* les ventres sont définis par
 la double condition

$$\begin{aligned} d_2 - d_1 &= k\lambda \\ d_2 + d_1 &= S_1 S_2 \end{aligned}$$

$$2d_2 = k\lambda + S_1 S_2 \Rightarrow d_2 = \frac{k\lambda}{2} + \frac{S_1 S_2}{2}$$

$$d_2 = k \cdot 3 \cdot 10^{-2} + 10,5 \cdot 10^{-2}$$

$$d_2 = (3k + 10,5) \cdot 10^{-2}$$

$$d_2 = 3k + 10,5 \text{ cm}$$

k	-3	-2	-1	0	1	2	3
d ₂	1,5	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5	19,5

* les nœuds sont définis par
 la double condition

$$d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$d_2 + d_1 = S_1 S_2$$

$$2d_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} + S_1 S_2$$

$$d_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{4} + \frac{S_1 S_2}{2}$$

$$T \in DSOIN \quad \vec{r} \in E[T^2; +\infty[\quad (L.V.A)$$

II. INTERFERENCES MECANIKES

- Phénomène observé
- Equations horaires de sources
- Equation horaire d'un point M
- Détermination et représentation des hyperboles

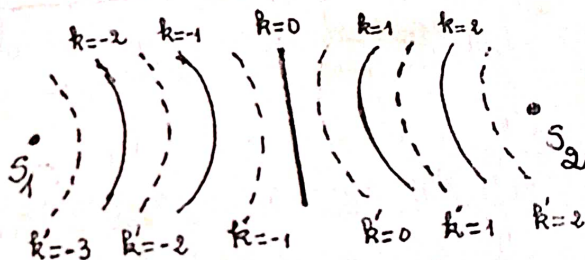
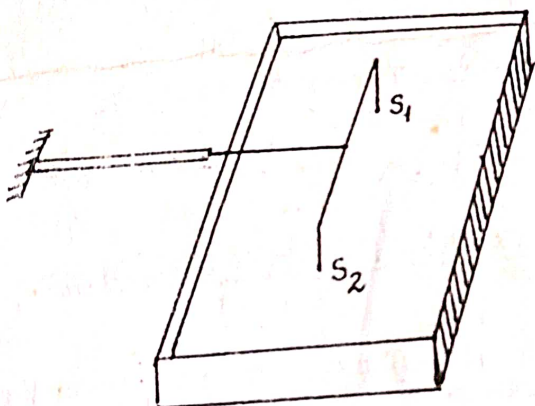
Phénomène résultant de la superposition de deux mouvements vibrations de même fréquence et de même direction.

Nous bornerons notre étude dans le cas particulier où les deux mouvements ont même amplitude.

A. LES SOURCES S_1 ET S_2 SONT EN PHASE

1. PHENOMENE OBSERVE

Lorsque S_1 et S_2 sont cohérentes, on observe à la surface du liquide des franges d'interférence ayant la forme d'arcs d'hyperbole de foyers S_1 et S_2 .



2. EQUATION HORAIRE DES SOURCES S_1 ET S_2

$$Y_{S1} = Y_{S2} = a \sin(\omega t + \varphi_0)$$

avec a , ω et φ_0 constantes à déterminer.

Pour trouver φ_0 il faut exploiter les conditions initiales

Exemple :

à $t = 0$, $y = 0$ et $y > 0$; on trouve $\varphi_0 = 0$

à $t = 0$, $y = 0$ et $y < 0$; on trouve $\varphi_0 = \pi$

à $t = 0$, $y = +a$; on trouve $\varphi_0 = \pi/2$

à $t = 0$, $y = -a$; on trouve $\varphi_0 = -\pi/2$

3. EQUATION HORAIRE D'UN POINT M TEL QUE $S_1M = d_1$ ET $S_2M = d_2$

$$y_{S1} = y_{S2} = a \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$-y_{M1} = a \sin(\omega t - Kd_1 + \varphi_0)$$

$$-y_{M2} = a \sin(\omega t - Kd_2 + \varphi_0)$$

$$-y_M = y_{M1} + y_{M2} \text{ (loi de la superposition des petits mouvements)}$$

Pour déterminer y_M , deux méthodes sont possibles :

- Construction de Fresnel
- Formule trigonométrique de transformation.

On trouve : $y_M = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \sin \left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1) + \frac{\varphi_0}{2} \right]$

Amplitude du mvt : $A = 2a \cos \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$

Phase à l'origine : $\varphi_0 = \frac{\pi}{\lambda} (d_2 + d_1) + \frac{\varphi_0}{2}$

N.B : L'amplitude ne varie qu'en fonction de la différence de marche $d_2 - d_1$; elle peut être nulle $A = 0$ ou maximale $A = \pm 2a$.

4. DETERMINATION ET REPRESENTATION DES HYPERBOLES

DIFFERENCE DE MARCHÉ

* hyperboles d'amplitude maximale ou franges d'amplitude maximale ou points d'amplitude maximale ou ventre de vibration.

La résolution de l'équation $A = \pm 2a$ conduit au résultat suivant :

La différence des marches pour les points d'amplitude maximale est un multiple pair de la demi-longueur d'onde

$$d_2 - d_1 = k\lambda$$

* hyperboles d'amplitude nulle ou franges d'amplitude nulle ou points d'amplitude nulle ou points immobiles ou nœuds de vibration.

Dans ce cas il faut résoudre l'équation $A = 0$; ce qui conduit au résultat suivant :

Pour les points d'amplitude nulle, la différence de marche est un multiple impair de la demi-longueur d'onde.

$$d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$$

N.B : Ces résultats ne sont valables que lorsque les sources vibrent en phase.

Chap. 2 CINEMATIQUE
Chap. 3 DYNAMIQUE DE TRANSLATION
DYNAMIQUE DE ROTATION

CENTRE D'ENCADREMENT MBPC
Rep. Charles CRESSO / 05 709 34 11 / 06 929 97 51

DEVOIR N° DES SCIENCES PHYSIQUES

PARTIE PHYSIQUE (12 points)

EXERCICE 1 : (3,5 pts)

L'extrémité S d'une corde élastique horizontale est reliée à un vibreur qui lui impose un mouvement sinusoïdal, de fréquence $f = 100\text{Hz}$ et d'amplitude $a = 5\text{mm}$. Une onde progressive sinusoïdale se propage le long de la corde à la célérité $V = 4,0\text{m/s}$. Un dispositif empêche toute réflexion des ondes λ de l'onde. (0,5pt)

- 1 - Calculer la période temporelle T et la période spatiale λ de l'onde. (0,75pt)
- 2 - a- En supposant qu'à date $t = 0$, S est au repos et commence son mouvement dans le sens positif de l'axe yy' , écrire l'équation horaire du mouvement de S. (0,75pt)
b- Représenter la courbe $y_S(t)$ (1pt)
- 3 - On considère un point M d'abscisse $x = SM = 6\text{cm}$.
a. A quel instant ce point commence-t-il à vibrer ? (0,25pt)
b. Ecrire l'équation de y_M . Comment vibrent S et M ? (1pt)

EXERCICE 2 (4,5pts)

Une pointe dont l'extrémité inférieure O frappe la surface d'un liquide, est animé d'un mouvement vibratoire sinusoïdal de fréquence 50Hz et d'amplitude $a = 2\text{mm}$. Ils se créent des rides concentriques, espacées les unes des autres de 6mm .

- 1 - Déterminer la vitesse de propagation de l'onde à la surface du liquide, ainsi que le vecteur d'onde K . (0,5pt)
- 2 - Donner l'équation horaire du point O, les elongations étant comptées à partir de la position médiane. A l'instant $t = 0$, l'elongation est maximale positive (0,75pt)
- 3 - Déterminer l'équation horaire d'un point M situé à la distance $d = 3\text{mm}$ de O. comparer les mouvements des points O et M et tracer leurs sinusoïdes (2pts)
- 4 - On produit maintenant à la surface du même liquide en deux points S1 et S2, des vibrations transversales de même amplitude $a = 2\text{mm}$, de même fréquence N , mais en opposition de phase. Donner l'équation du mouvement d'un point M situé à 10cm de S1 et 15cm de S2. (1,25pts)

INTERFERENCE MECANIQUE

Exercice 1 : Bac "D" 1983

La pointe d'un vibreur frappe en un point S_1 de la surface de l'eau contenue dans une cuve avec une fréquence $N = 100\text{Hz}$. On mesure la distance entre 5 rides consécutives et l'on trouve $d = 16\text{mm}$

1. Calculez la célérité de l'onde entretenue à la surface de l'eau.
2. On éclaire la surface de la cuve avec la lumière émise par un stroboscope.
 - La fréquence des éclairs est 100Hz , quel est l'aspect de la surface de l'eau ?
 - La fréquence des éclairs est portée à 101Hz , qu'observe-t-on ? Quelle est la célérité de déplacement apparent de l'onde ?
3. Un deuxième vibreur identique au premier, détermine en un point S_2 de la surface de l'eau, une autre perturbation transversale en retard de phase de $\frac{\pi}{2}\text{rad}$ par rapport à celle produite par le premier vibreur. En utilisant la construction de FRESNEL, établissez l'équation du mouvement d'un point M situé à $2,4\text{cm}$ de S_1 et à $1,8\text{cm}$ de S_2 .

Rép : $0,4\text{m/s}$; 4mm/s ; $a\sqrt{2}\sin(200\pi t + \pi/4)$

Exercice 2 : Bac "D" 1987

1. Une pointe animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal vertical de fréquence 200Hz frappe la surface d'une nappe d'eau. On observe des rides circulaires et la distance séparant deux crêtes successives vaut 3mm . Quelle est la célérité des ondes à la surface de l'eau ?
2. Deux pointes identiques à la précédente, vibrant en phase, frappant l'eau aux points S_1 et S_2 . Qu'observe-t-on à la surface de l'eau ? Quelles sont les relations qui déterminent les positions des points des repos et des points de mouvement maximum ? La distance S_1S_2 valant 20mm , combien existe-t-il sur le segment S_1S_2 de points d'amplitude nulle ?

Rép : $0,6\text{m/s}$; $(3k + 1,5)\text{mm}$; 3kmm ; 14points

Exercice 3 : Bac "D" 1988

Deux pointes créent à la surface de l'eau des vibrations sinusoïdales transversales de mêmes amplitudes, de mêmes périodes. L'équation du mouvement de la première source est $Y_{S_1} = a\sin 50\pi t$. La deuxième source est en quadrature avancée sur la première. $S_1S_2 = D = 35\text{cm}$.

La célérité des vibrations est $V = 5\text{m/s}$.

1. Ecrivez l'équation du mouvement de la 2^{ème} source.
2. Déterminez l'équation du mouvement d'un point M tel que : $S_1M = d_1 = 43\text{cm}$ et $S_2M = d_2 = 63\text{cm}$.
3. Déterminez le nombre de points immobiles entre S_1S_2

Rép : $a\sin(50\pi t + \pi/2)$; $-a\sqrt{2}\sin(50\pi t - \pi/20)$; 3points.

INTERFERENCE MECANIQUE

Exercice 1 : Bac "D" 1983

La pointe d'un vibreur frappe en un point S_1 de la surface de l'eau contenue dans une cuve avec une fréquence $N = 100\text{Hz}$. On mesure la distance entre 5 rides consécutives et l'on trouve $d = 16\text{mm}$.

1. Calculez la célérité de l'onde entretenue à la surface de l'eau.
2. On éclaire la surface de la cuve avec la lumière émise par un stroboscope.
 - La fréquence des éclairs est portée à 101Hz , qu'observe-t-on ? Quelle est la célérité de déplacement apparent de l'onde ?
3. Un deuxième vibreur identique au premier, détermine en un point S_2 de la surface de l'eau, une autre perturbation transversale en retard de phase de $\frac{\pi}{2}\text{rad}$ par rapport à celle produite par le premier vibreur. En utilisant la construction de FRESNEL, établissez l'équation du mouvement d'un point M situé à $2,4\text{cm}$ de S_1 et à $1,8\text{cm}$ de S_2 .

Rép : $0,4\text{m/s}$; 4mm/s ; $a\sqrt{2}\sin(200\pi t + \pi/4)$

Exercice 2 : Bac "D" 1987

1. Une pointe animée d'un mouvement vibratoire sinusoïdal vertical de fréquence 200Hz frappe la surface d'une nappe d'eau. On observe des rides circulaires et la distance séparant deux crêtes successives vaut 3mm . Quelle est la célérité des ondes à la surface de l'eau ?
2. Deux pointes identiques à la précédente, vibrant en phase, frappant l'eau aux points S_1 et S_2 . Qu'observe-t-on à la surface de l'eau ? Quelles sont les relations qui déterminent les positions des points des repos et des points de mouvement maximum ? La distance S_1S_2 valant 20mm , combien existe-t-il sur le segment S_1S_2 de points d'amplitude nulle ?

Rép : $0,6\text{m/s}$; $(3k + 1,5)\text{mm}$; 3kmm ; 14points

Exercice 3 : Bac "D" 1988

Deux pointes créent à la surface de l'eau des vibrations sinusoïdales transversales de mêmes amplitudes, de mêmes périodes. L'équation du mouvement de la première source est $Y_{S_1} = a\sin 50\pi t$. La deuxième source est en quadrature avancée sur la première. $S_1S_2 = D = 35\text{cm}$.

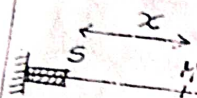
La célérité des vibrations est $V = 5\text{m/s}$.

1. Ecrivez l'équation du mouvement de la 2^{ème} source.
2. Déterminez l'équation du mouvement d'un point M tel que : $S_1M = d_1 = 43\text{cm}$ et $S_2M = d_2 = 63\text{cm}$.
3. Déterminez le nombre de points immobiles entre S_1S_2

Rép : $a\sin(50\pi t + \pi/2)$; $-a\sqrt{2}\sin(50\pi t - \pi/20)$; 3points.

CORRECTION DEVOIR N°

EXERCICE 1



$f = 100 \text{ Hz}$; $a = 5 \text{ mm}$
 $V = 4,0 \text{ m/s}$

① Calcul de T et λ

* La période T est l'inverse de la fréquence:

$T = \frac{1}{f}$; $T = \frac{1}{100}$
 $T = 0,01 \text{ s}$

* La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période: $\lambda = VT$

$\lambda = 4 \cdot 0,01$; $\lambda = 0,04 \text{ m}$

② Equation horaire de S
 S étant animé d'un mouvement sinusoïdal:

$y_S(t) = a \sin(\omega t + \varphi_0)$

• $a = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

• $\omega = 2\pi f = 200\pi \text{ rad/s}$

• à $t=0$, $\begin{cases} y_S = a \sin \varphi_0 = 0 \\ \dot{y}_S = a\omega \cos \varphi_0 = a\omega \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi_0 = 0 \\ \cos \varphi_0 = 1 \end{cases} \Rightarrow \varphi_0 = 0$

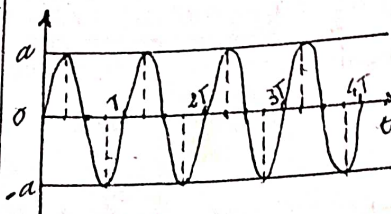
$y_S = 5 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi t)$

b. Graphique de $y_S(t)$

• $y_S = a \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

• Tableau des valeurs

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4}$
y_S	0	a	0	-a	0



③ Instant où S commence à vibrer: $SM = x = 6 \text{ cm}$

L'onde parcourt le trajet SM à vitesse constante V :

$\theta = \frac{x}{V}$; $\theta = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{4}$

$\theta = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

Equation horaire de M

$y_M = y_S(t - \theta)$

$y_M = 5 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi(t - \theta))$

$y_M = 5 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi t - 200\pi \theta)$

$y_M = 5 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi t - 200\pi \cdot 1,5 \cdot 10^{-2})$

$y_M = 5 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi t - 3\pi)$

$y_M = 5 \cdot 10^{-3} \sin(200\pi t - \pi)$

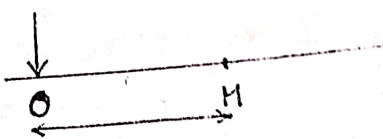
Comparaison des vitesses de S et M :

M : $\varphi_S - \varphi_M = 0 - (-\pi)$

$\varphi_S - \varphi_M = \pi$

concl: S et M vibrent en opposition de phase

EXERCICE 2



$N = 50 \text{ Hz}$; $a = 2 \text{ mm}$

$\lambda = 6 \text{ mm}$

① Déterminons V et K

* $\lambda = VT \Rightarrow \lambda = \frac{V}{N}$

On tire $V = \lambda N$

$V = 6 \cdot 10^{-3} \cdot 50$; $V = 0,3 \text{ m/s}$

* Par définition

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$; $K = \frac{2 \cdot 3,14}{6 \cdot 10^{-3}}$

$K = 1046,6 \text{ rad/m}$

CINEMATIQUE
DYNAMIQUE DE TRANSLATION
DYNAMIQUE DE ROTATION

QSC

② Equation horaire de O

$$y_O(t) = a \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = 2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi N = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{à } t=0, y = a \sin \varphi_0 = +a$$

$$\Rightarrow \sin \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{ccl: } y_O(t) = 2 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$$

③ Equation horaire de M

tel que OM = d = 3 mm.

M reproduit le mot de O

avec un retard $\theta = \frac{d}{v}$

$$y_H = a \sin[\omega(t - \frac{d}{v}) + \frac{\pi}{2}]$$

$$y_H = a \sin(\omega t - \frac{\omega d}{v} + \frac{\pi}{2})$$

$$y_H = a \sin(\omega t - \frac{100\pi \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{0,3} + \frac{\pi}{2})$$

$$y_H = 2 \sin(\omega t - \pi + \frac{\pi}{2})$$

$$y_H = 2 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$$

Comparaison des mouvements
des points O et M

$$\varphi_O - \varphi_H = \frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{\varphi_O - \varphi_H = \pi}$$

ccl: M et O vibrent en
opposition de phase.

Graphes de $y_O(t)$ et $y_H(t)$

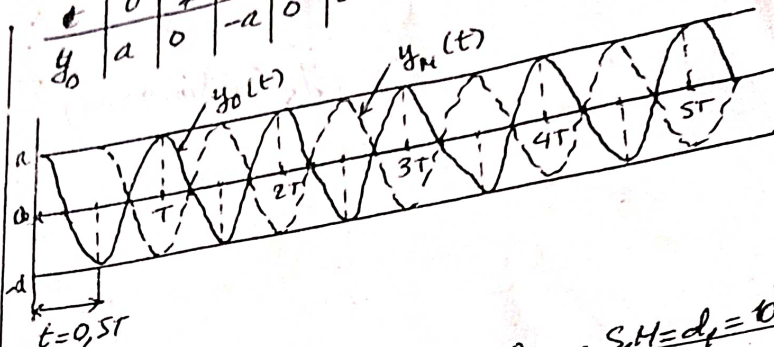
$$y_O(t) = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2})$$

• Retard du pt M sur O

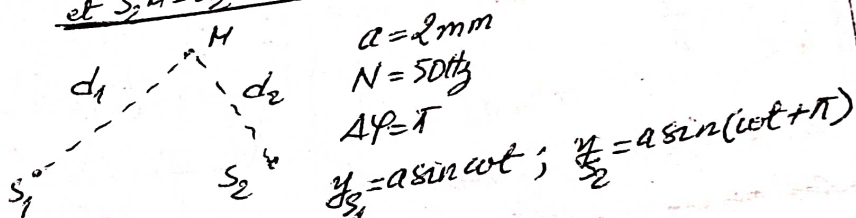
$$\frac{t}{T} = \frac{x}{\lambda} = \frac{3 \text{ mm}}{6 \text{ mm}} = 0,5$$

$$\Rightarrow t = 0,5T$$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4}$
y_O	a	0	-a	0	a



4. Equation horaire de M tel que $S_1M = d_1 = 10 \text{ cm}$
et $S_2M = d_2 = 15 \text{ cm}$.



$$a = 2 \text{ mm}$$

$$N = 50 \text{ Hz}$$

$$\Delta \varphi = \pi$$

$$y_{S_1} = a \sin \omega t; y_{S_2} = a \sin(\omega t + \pi)$$

$$y_{H_1} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda})$$

$$y_{H_2} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} + \pi)$$

$$y_H = y_{H_1} + y_{H_2} = 2a \cos \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \sin \frac{d_1 + d_2}{\lambda}$$

$$y_H = 2a \cos[\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1) - \frac{\pi}{2}] \sin[\omega t - \frac{\pi}{\lambda}(d_2 + d_1) + \frac{\pi}{2}]$$

$$y_H = 2a \cos[\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}] \sin(\omega t - \frac{\pi \cdot 25}{6} + \frac{\pi}{2})$$

$$y_H = 2a \cos \frac{\pi}{3} \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

$$y_H = 2a(\frac{1}{2}) \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

$$y_H = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{3})$$

$$\boxed{y_H = 2 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi t + \frac{\pi}{3})}$$

(en cm)

EXERCICE RAC'D 1283

$N = 100 \text{ Hz}$; $n = 5 \text{ rides}$; $d = 16 \text{ mm}$

① Calculons la célérité des ondes

La distance entre n crêtes consécutives s'écrit: $d = (n-1)\lambda$;

On tire $\lambda = \frac{d}{n-1} = \frac{16 \cdot 10^{-3}}{4} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Par définition $\lambda = VT$ or $T = \frac{1}{N}$;

d'où $\lambda = \frac{v}{N}$; On tire $V = \lambda N$

AN: $V = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 100$; $V = 0,4 \text{ m/s}$

② Aspect de la surface pour $N_e = 100 \text{ Hz}$

Comme $N_e = \frac{N}{k}$ avec $k=1$, alors

on observe une immobilité apparente

Phénomène observé pour $N_e = 101 \text{ Hz}$

Comme $N_e \approx N$; avec $N_e > N$, alors on observe un mvt apparent ralenti dans le sens négatif (sens contraire du mvt réel)

vitesse du mouvement apparent:

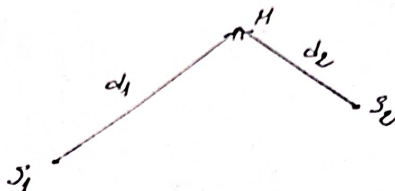
$$\lambda = v_a T_a \Leftrightarrow \lambda = \frac{v_a}{N_a} \Leftrightarrow \lambda = \frac{v_a}{N_e - N}$$

On tire $v_a = \lambda(N_e - N)$

$$v_a = 4 \cdot 10^{-3} (101 - 100); v_a = 4 \text{ mm/s}$$

③ Equation horaire du mot de M tel que $S_1 M = 2,4 \text{ cm}$ et $S_2 M = 1,8 \text{ cm}$

$$y_{S_1} = a \sin \omega t; y_{S_2} = a \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



$$y_{M1} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda})$$

$$y_{M1} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi \cdot 2,4 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}})$$

$$y_{M1} = a \sin(\omega t - 12\pi)$$

$$y_{M1} = a \sin(\omega t)$$

$$y_{M2} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi d_2}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

$$y_{M2} = a \sin(\omega t - \frac{2\pi \cdot 1,8 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} - \frac{\pi}{2})$$

$$y_{M2} = a \sin(\omega t - 9\pi - \frac{\pi}{2})$$

$$y_{M2} = a \sin(\omega t - \pi - \frac{\pi}{2})$$

$$y_{M2} = a \sin(\omega t - \frac{3\pi}{2})$$

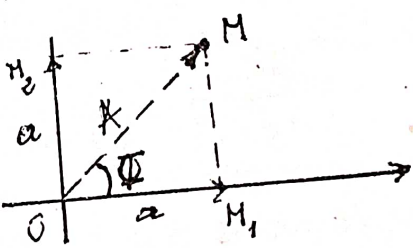
$$y_{M2} = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$* y_M = A \sin(\omega t + \Phi)$$

$$y_M = A \sin(\omega t + \Phi)$$

$$y_{M1} = a \sin \omega \Rightarrow \overrightarrow{OM_1} / 0$$

$$y_{M2} = a \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow \overrightarrow{OM_2} / \frac{\pi}{2}$$



$A = a\sqrt{2}$; $\Phi = \frac{\pi}{4}$; car OM_1MM_2 est un carré.

$$\text{soit: } y_M = a\sqrt{2} \sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

EXERCICE 8AC "D" 1987

$$N = 200 \text{ Hz}; \quad n = 2 \text{ crêtes}; \quad d = 3 \text{ mm}.$$

① Célérité des Ondes

- La distance entre n crêtes consécutives étant $d = (n-1)\lambda$; on tire $\lambda = \frac{d}{n-1}$
 $\lambda = d = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- Par définition $\lambda = VT$; or $T = \frac{1}{N}$
 Soit $\lambda = \frac{V}{N}$; on tire $V = \lambda N$

$$\text{AN: } V = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 200; \quad V = 0,6 \text{ m/s}$$

② Phénomène observé

Les deux sources étant cohérentes, on observe des rides immobiles ayant la forme d'arcs d'hyperbole de foyers S_1 et S_2 .

• Positions des points au repos.

Les sources étant en phase, la différence de marche est un multiple impair de la demi-longueur d'onde

$$d_2 - d_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$d_2 - d_1 = (2k+1) \frac{3 \text{ mm}}{2};$$

$$d_2 - d_1 = 3k + 1,5 \quad (\text{en mm})$$

• Positions des points de mot maximum

La différence de marche est un nombre entier de la longueur d'onde

$$d_2 - d_1 = k\lambda; \quad d_2 - d_1 = k \cdot 3 \text{ mm}$$

$$d_2 - d_1 = 3k \quad (\text{en mm})$$

→

Nombre de points d'amplitude nulle
 $S_1, S_2 = D = 20 \text{ mm}.$

$$-D < d_2 - d_1 < D \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -D < (2k+1) \frac{\lambda}{2} < D$$

$$\Leftrightarrow -D < k\lambda + \frac{\lambda}{2} < D$$

$$\Leftrightarrow -D - \frac{\lambda}{2} < k\lambda < D - \frac{\lambda}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{D}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{D}{\lambda} - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{20 \text{ mm}}{3 \text{ mm}} - \frac{1}{2} < k < \frac{20 \text{ mm}}{3 \text{ mm}} - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -7,16 < k < 6,16$$

$\Rightarrow k \in [-7; 6]$; Il existe donc 14 points immobiles (au repos) entre S_1 et S_2 .

EXERCICE "D" 1968

$$y_{S_1} = a \sin 50\pi t;$$

$$S_1, S_2 = D = 35 \text{ cm}; \quad V = 5 \text{ m/s}$$

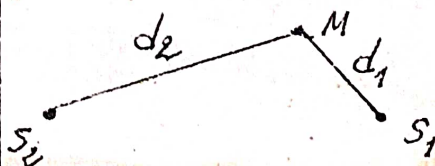
① Equation horaire de S_2

Comme S_2 est en quadrature avancée sur S_1 , alors

$$y_{S_2} = a \sin(50\pi t + \frac{\pi}{2})$$

② Equation du mot de M tel que

$$S_1 M = d_1 = 43 \text{ cm et } S_2 M = d_2 = 63 \text{ cm}$$



Exercice 0
Un projectile est lancé à l'angle α avec une vitesse initiale v_0 . Le calculer la hauteur maximale atteinte.

calculer la hauteur maximale

- Méthode 1
- $E_H = cte$
 - $E_c + E_{pe}$
 - $\frac{1}{2}mv^2$
 - $\frac{1}{2}m\dot{x}^2$
 - $\frac{1}{2}m\dot{x}^2 +$
 - $\frac{1}{2}m\dot{x}^2$
 - Derivée
 - $m\ddot{x}\dot{x} +$
 - $m\ddot{x} +$
 - $m\ddot{x} +$
 - $m\ddot{x} +$
 - $m\ddot{x} +$

- Chap. 1 CINEMATIQUE
- Chap. 2 DYNAMIQUE DE TRANSLATION
- Chap. 3 DYNAMIQUE DE ROTATION

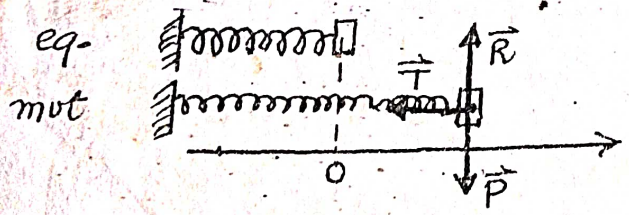
Chap. 4 OSCILLATEURS MECANIQUES HARMONIQUES

- PENDULE ELASTIQUE
- PENDULE DE TORSION
- PENDULE PESANT
- PENDULE SIMPLE

A EQUATION DIFFERENTIELLE (NATURE DU MOUVEMENT)

① Pour un pendule élastique horizontal

- à vide : l_0
- à l'équilibre : l_0
- en mouvement : $l_0 + x$



- Système : solide de masse m
- Référentiel : T.S.G
- Bilan : \vec{P} , \vec{R} et \vec{T}
- T.C.I : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\ddot{\vec{x}}$
- Projection ds le sens \oplus :
 $0 + 0 - T = m\ddot{x}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow -k(l-l_0) &= m\ddot{x} \\ \Rightarrow -k(l_0+x-l_0) &= m\ddot{x} \\ \Rightarrow -kx &= m\ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} = -\frac{k}{m}x \\ \Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x &= 0} \end{aligned}$$

CL: l'équation différentielle est du type $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ avec $\omega^2 = \frac{k}{m}$.
Le mvt est donc rectiligne sinusoïdal de période

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}$$

NB: On peut également appliquer la méthode énergétique:

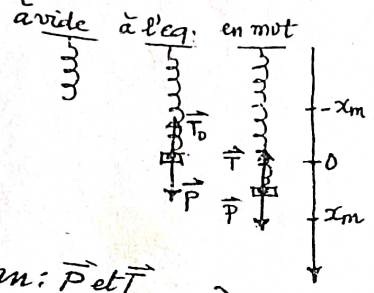
$E_H = cte$ (système isolé)

$$\begin{aligned} \Rightarrow E_c + E_{pe} + E_{pp} &= cte \\ \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 + 0 &= cte \\ \Rightarrow \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(l-l_0)^2 &= cte \\ \Rightarrow \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(l_0+x-l_0)^2 &= cte \\ \Rightarrow \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 &= cte \\ \Rightarrow m\ddot{x}\dot{x} + kx\dot{x} &= 0 \Rightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \\ \Rightarrow x &\Rightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0} \end{aligned}$$

calculer la hauteur maximale

② Pour un pendule élastique vertical

- longueur à vide: l_0
- longueur à l'équilibre: $l_0 + \Delta l_e$
- longueur en mvt: $l_0 + \Delta l_e + x$



Bilan: \vec{P} et \vec{T}

T.C.I: $\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sur x' : $mg - k\Delta l = m\ddot{x}$

$$\Leftrightarrow mg - k(l - l_0) = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow mg - k(l_0 + \Delta l_e + x - l_0) = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow mg - k(\Delta l_e + x) = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{mg - k\Delta l_e}_0 - kx = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow -kx = m\ddot{x} \Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$$

cl: le pendule élastique vertical est un oscillateur mécanique en mvt sinusoïdal de période

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Méthode dynamique

$$E_H = cte$$

$$\Leftrightarrow E_c + E_{pe} + E_{pp} = cte$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\Delta l^2 + mgh = cte$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(l - l_0)^2 - mgx = cte$$

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(l_0 + \Delta l_e + x - l_0)^2 - mgx = cte$$

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(\Delta l_e + x)^2 - mgx = cte$$

Derivée membre à membre:

$$m\dot{x}\ddot{x} + kx(\Delta l_e + x) - mg = 0$$

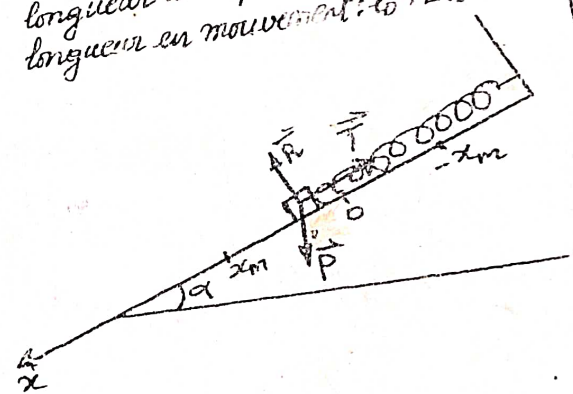
$$m\ddot{x} + k\Delta l_e + kx - mg = 0$$

$$m\ddot{x} + k\Delta l_e + kx - mg = 0$$

$$m\ddot{x} + kx = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

③ Pour un pendule élastique oblique

- longueur à vide: l_0
- longueur à l'équilibre: $l_0 + \Delta l_e$
- longueur en mouvement: $l_0 + \Delta l_e + x$



Bilan: \vec{P} , \vec{R} et \vec{T}

T.C.I: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection sens θ :

$$mg\sin\theta + 0 - k\Delta l = m\ddot{x}$$

$$mg\sin\theta - k(l - l_0) = m\ddot{x}$$

$$mg\sin\theta - k(l_0 + \Delta l_e + x - l_0) = m\ddot{x}$$

$$mg\sin\theta - k(\Delta l_e + x) = m\ddot{x}$$

$$\underbrace{mg\sin\theta - k\Delta l_e}_0 - kx = m\ddot{x}$$

$$m\ddot{x} + kx = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

calculer la hauteur maximale

Méthode énergétique:

$$E_H = cte$$

$$\Rightarrow E_c + E_{pe} + E_{pp} = cte$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k \Delta l^2 - mgh = cte$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (l_0 - l)^2 - mgl \sin \alpha = cte$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (l_0 + \Delta l + x - l_0)^2 - mgl \sin \alpha = cte$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (\Delta l + x)^2 - mgl \sin \alpha = cte$$

Dérivée membre à membre:

$$m \ddot{x} + k (\Delta l + x) - mgl \sin \alpha = 0$$

$$m \ddot{x} + k (\Delta l + x) - mgl \sin \alpha = 0$$

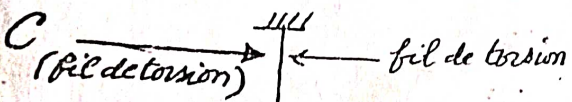
$$m \ddot{x} + k \Delta l + kx - mgl \sin \alpha = 0$$

$$m \ddot{x} + kx + k \Delta l - mgl \sin \alpha = 0$$

$$m \ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

④ Pour le pendule de torsion



- * Système: solide de masse m
- * Référentiel: T.S.G
- * Bilan: \vec{P} , \vec{T} , couple de torsion
- * R.F.D de rotat: $M_{\vec{P}/G} + M_{\vec{T}/G} = J_0 \ddot{\theta}$

$$\Rightarrow 0 + 0 - C\theta = J_0 \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow J_0 \ddot{\theta} + C\theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_0} \theta = 0$$

Méthode énergétique:

$$E_H = cte$$

$$\Rightarrow E_c + E_{pe} + E_{pp} = cte$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + 0 = cte$$

Dérivation mbr à mbr:

$$J_0 \dot{\theta} \ddot{\theta} + C \theta \dot{\theta} = 0$$

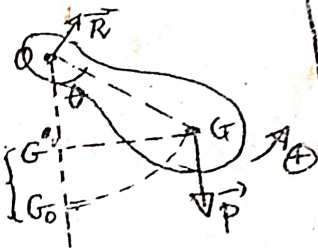
$$\Rightarrow J_0 \ddot{\theta} + C \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J_0} \theta = 0$$

Cette relation est de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$ avec $\omega^2 = \frac{C}{J_0}$. Le pendule de torsion est donc un oscillateur mécanique harmonique en mvt de rotation sinusoïdal de période

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{C}}$$

⑤ Pour le pendule pesant:

- * Système: solide de masse m
- * Référentiel: T.S.G
- * Bilan: \vec{P} et \vec{R}
- * R.F.D de rotation: $M_{\vec{P}/O} + M_{\vec{R}/O} = J_0 \ddot{\theta}$



$$-Mg OG \sin \theta + 0 = J_0 \ddot{\theta}$$

$$J_0 \ddot{\theta} + Mg OG \sin \theta = 0$$

$$\text{Pour } \theta \text{ petit, } \sin \theta \approx \theta$$

$$\text{Donc } J_0 \ddot{\theta} + Mg OG \theta = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{Mg OG}{J_0} \theta = 0$$

Cette relation étant de type $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$ avec $\omega^2 = \frac{Mg OG}{J_0}$, le pendule pesant est animé d'un mvt de rotation uniformément varié de période

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{Mg OG}}$$

deux plaques polarisées et A'B' (-)

$a_y = -\frac{mg + F}{m} = -(g + \frac{F}{m}) = \text{cte}$
le mouvement est rectiligne uniformément accéléré, d'équation:
 $y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{\text{ext}} t + y_0$

Méthode énergétique

$E_M = \text{cte}$ (système isolé)
 $\Rightarrow E_c + E_{pe} + E_{pp} = \text{cte}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + 0 + Mgh = \text{cte}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + M_g(OG - OG') = \text{cte}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + M_g(OG - OG \cos \theta) = \text{cte}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + M_g OG(1 - \cos \theta) = \text{cte}$

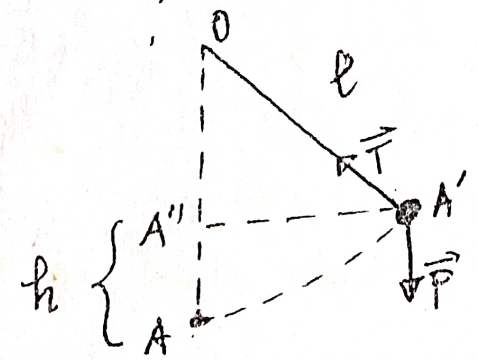
Dérivation membre à membre:

$J \ddot{\theta} + M_g OG \sin \theta = 0$
 $J \ddot{\theta} + M_g OG \sin \theta = 0$

Pour θ petit, $\sin \theta \approx \theta$; d'où

$J \ddot{\theta} + M_g OG \theta = 0$; soit
 $\ddot{\theta} + \frac{M_g OG}{J} \theta = 0$

⑤ Pour un pendule simple



- Système: solide de masse m
- Référentiel: T.S.G
- Bilan des forces: \vec{T} et \vec{P}
- R.F.D: $M_{\vec{P}/O} + M_{\vec{T}/O} = J \ddot{\theta}$
 $\Rightarrow 0 - mgl \sin \theta = ml^2 \ddot{\theta}$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} \sin \theta = l \ddot{\theta}$
 $\Rightarrow l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0$

Pour θ petit, $\sin \theta \approx \theta$; d'où

$l \ddot{\theta} + g \theta = 0$; soit
 $\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$

Méthode énergétique.

$E_M = \text{cte}$
 $\Rightarrow E_c + E_{pe} + E_{pp} = \text{cte}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + 0 + mgh = \text{cte}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + mg(l - l \cos \theta) = \text{cte}$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + mgl(1 - \cos \theta) = \text{cte}$

Dérivation membre à membre:

$J \ddot{\theta} + mgl \sin \theta = 0$
 $J \ddot{\theta} + mgl \sin \theta = 0$

$ml^2 \ddot{\theta} + mgl \sin \theta = 0$

$l \ddot{\theta} + g \sin \theta = 0$. θ petit, $\sin \theta \approx \theta$

$l \ddot{\theta} + g \theta = 0$

$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \theta = 0$

Pour les mot de faible amplitude le pendule simple est un oscillateur harmonique en mot de rotation sinusoïdal de période

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Soient deux plaques polarisées
AB (+) et A'B' (-)

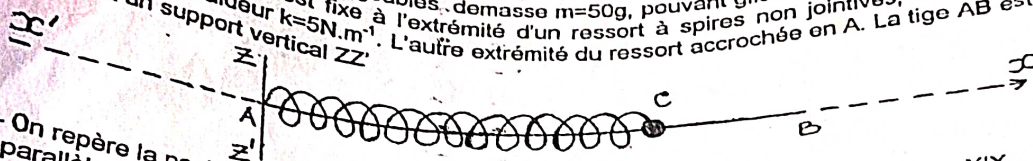
PROUVEZ-LE : UNE PARTICULE DANS
UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME \vec{E}

SAMINDU R.

$a_y = -\frac{mg + F}{m} = -(g + \frac{F}{m}) = \text{cte}$
le mouvement est rectiligne uniformément
accéléré, d'équation :

EXERCICE 1

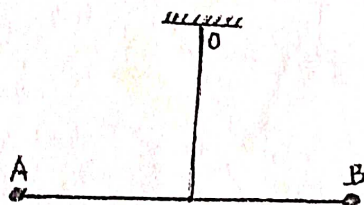
Un solide C, de dimensions négligeables, de masse $m=50\text{g}$, pouvant glisser sans frottement sur une tige horizontale AB, est fixé à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, et de raideur $k=5\text{N.m}^{-1}$. L'autre extrémité du ressort accrochée en A. La tige AB est fixée en A à un support vertical ZZ'.



- 1- On repère la position du centre du gravité du solide C par son abscisse sur un axe $X'X$ parallèle à la tige AB. Quand l'ensemble est en équilibre, le ressort n'étant pas déformé, le centre d'inertie de C occupe la position G_0 d'abscisse $x = 0$. On allonge le ressort en déplaçant le solide C de 5cm dans le sens positif et on lâche le système sans vitesse initiale.
 - a) Etablir l'équation différentielle du mouvement de C. En déduire la nature de ce mouvement.
 - b) On prend comme origine des dates, l'instant de passage de C par sa position d'équilibre avec une vitesse positive. Etablir l'équation horaire du mouvement de C. Calculer sa vitesse lors du premier passage par sa position d'équilibre.
2. L'ensemble tourne maintenant à la vitesse constante w autour de l'axe vertical ZZ'. Sachant que la longueur à vide du ressort est l_0
 - a). Exprimer l'allongement Δl que prend ce ressort en fonction de m , l_0 , k et w ;
 - b). Calculer cet allongement lorsque $w=6\text{rad/s}$ et $l_0 = 20\text{cm}$.

EXERCICE BAC "D" 1986 (Barre chargée)

Deux sphères homogènes A et B considérées comme ponctuelles de masse $m = 20\text{g}$ sont respectueusement soudées aux extrémités d'une tige de longueur $l = 20\text{cm}$, de masse $M = 120\text{g}$. La tige est accrochée par son milieu O à un fil de torsion vertical de constante de torsion



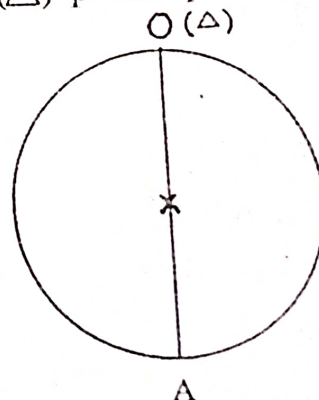
$C = 10^{-1} \text{ m}^2 \text{ N.rd}^{-1}$. Dans le plan horizontal, on écarte la tige de sa position d'équilibre d'un angle $\alpha = 10^{-1} \text{ rad}$ et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$. En utilisant la méthode énergétique, déterminer :

1. La nature du mouvement
2. L'équation horaire

EXERCICE BAC "C" 2003

Un cerceau homogène de masse m et de rayon R peut effectuer, sans frottement, des oscillations de faible amplitude autour d'un axe horizontal (Δ) passant par le point O.

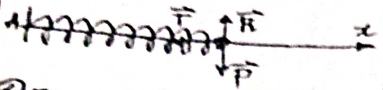
1. On écarte le cerceau de sa position d'équilibre d'un angle $\theta_0 = 0,17 \text{ rad}$ et on le lâche sans vitesse initiale à un instant pris comme origine. En utilisant la méthode énergétique, déterminer la nature du mouvement du cerceau. En déduire sa période T_0 .



2. Ecrire son équation horaire $\theta = f(t)$
3. Quelle est la vitesse angulaire du pendule lorsqu'il passe par sa disposition d'équilibre ?

EXERCICE 1

$m = 5g$; $k = 5N/m$; $x_m = 5cm$



① Equation différentielle

• Système: solide de masse m

• Référentiel: T.S.G.

• Bilan: \vec{P} , \vec{R} et \vec{T}

• T.C.I: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

• Projection ds le sens \odot :

$$0 + 0 - T = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow -k\Delta l = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow -k(l - l_0) = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow -k(l_0 + x - l_0) = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow -kx = m\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Nature du mouvement

Comme l'équation différentielle obtenue est de la forme

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \text{ alors le}$$

mot est rectiligne

sinusoïdal.

b. Equation horaire

Le mot étant rectiligne sinusoïdal, l'équation horaire s'écrit

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x_m = 50cm = 5 \cdot 10^{-2}m$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5}{5 \cdot 10^{-3}}} = 10 \text{ rad/s}$$

$$A t = 0, x = 0 \text{ et } \dot{x} = x_m \omega$$

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\dot{x} = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$A t = 0, \begin{cases} x = x_m \sin \varphi_0 = 0 \\ \dot{x} = x_m \omega \cos \varphi_0 = x_m \omega \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \varphi_0 = 0 \\ \cos \varphi_0 = 1 \end{cases} \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

celi: l'équation cher-

chée est donc

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$\text{Soit } x = 5 \cdot 10^{-2} \sin 10t$$

Vitesse de passage par

la position d'équilibre

Le solide passe tou-

jours par la position

d'équilibre avec une

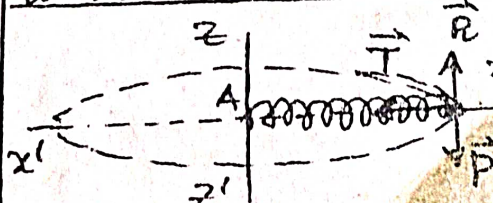
vitesse maximale:

$$\dot{x} = x_m \omega$$

$$AN: \dot{x} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10$$

$$\dot{x} = 0,5 \text{ m/s.}$$

② a. Allongement Δl du ressort quand l'ens. tourne autour de zz'

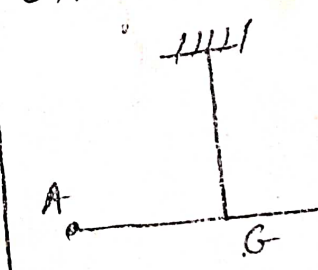


• Bilan: \vec{P} , \vec{R} , \vec{T}
• T.C.I: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$
• Projection sur $x'x$
 $0 + 0 - T = m a_n$
 $\Leftrightarrow 0 + 0 - T = m \omega^2 r$
 $\Leftrightarrow + k \Delta l = m (l_0 + \Delta l) \omega^2$
 $\Leftrightarrow + k \Delta l = m l_0 \omega^2 + m \Delta l \omega^2$
 $\Leftrightarrow + k \Delta l = m l_0 \omega^2 + m \Delta l \omega^2$
 $\Leftrightarrow k \Delta l - m \Delta l \omega^2 = m l_0 \omega^2$
 $\Leftrightarrow \Delta l (k - m \omega^2) = m l_0 \omega^2$
 $\Leftrightarrow \Delta l = \frac{m l_0 \omega^2}{k - m \omega^2}$

$$AN: \Delta l = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cdot 36}{5 - 50 \cdot 10^{-3} \cdot 36}$$

$$\Delta l = 0,1125 \text{ m}$$

EXERCICE 2



$m = 20g$; $l = 20g$; $M = 120g$
 $C = 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{N} \cdot \text{rad}^{-1}$; $\alpha = 9 \text{ rad}$

① Nature du mouvement

$$E_H = cte$$

$$\Leftrightarrow E_c + E_{pe} + E_{pp} = cte$$

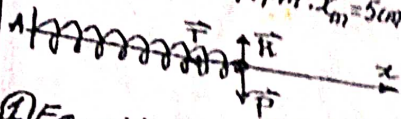
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + 0 = cte$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} J \ddot{\theta} \dot{\theta} + \frac{1}{2} C \dot{\theta} \dot{\theta} = 0$$

$$\Leftrightarrow J \ddot{\theta} + C \dot{\theta} = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J} \theta = 0$$

EXERCICE 1

$m = 50g$; $k = 5N/m$; $x_m = 5cm$



① Equation différentielle

• système: solide de masse m

• référentiel: T.S.G

• Bilan: \vec{P} , \vec{R} et \vec{T}

• T.C.I: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

Projection ds le sens \odot :

$0 + 0 - T = m\ddot{x}$

$\Leftrightarrow -k\Delta l = m\ddot{x}$

$\Leftrightarrow -k(l - l_0) = m\ddot{x}$

$\Leftrightarrow -k(l_0 + x - l_0) = m\ddot{x}$

$\Leftrightarrow -kx = m\ddot{x}$

$\Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0$

$\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

Nature du mouvement

Comme l'équation différentielle obtenue est de la forme

$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$, alors le mot est rectiligne sinusoïdal.

b. Equation horaire

Le mot étant rectiligne sinusoïdal, l'équation horaire s'écrit

$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$

• $x_m = 50cm = 5 \cdot 10^{-2}m$

• $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5}{5 \cdot 10^{-2}}} = 10 rad/s$

• A $t=0$, $x=0$ et $\dot{x} = x_m \omega$

$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$

$\dot{x} = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$

à $t=0$, $\begin{cases} x = x_m \sin \varphi_0 = 0 \\ \dot{x} = x_m \omega \cos \varphi_0 = x_m \omega \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \varphi_0 = 0 \\ \cos \varphi_0 = 1 \end{cases} \Rightarrow \varphi_0 = 0$

Ceci l'équation cherchée est donc

$x = x_m \sin(\omega t + \varphi_0)$

soit $x = 5 \cdot 10^{-2} \sin 10t$

Vitesse de passage par la position d'équilibre

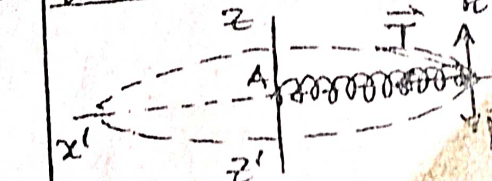
Le solide passe toujours par la position d'équilibre avec une vitesse maximale:

$\dot{x} = x_m \omega$

AN: $\dot{x} = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 10$

$\dot{x} = 0,5 m/s$

② a. Allongement Δl du ressort quand l'ens. tourne autour de zz'



• Bilan: \vec{P} , \vec{R} , \vec{T}

• T.C.I: $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

• Projection sur x'

$0 + 0 - T = m a_n$

$\Leftrightarrow +k\Delta l = m(l_0 + \Delta l)\omega^2$

$\Leftrightarrow +k\Delta l = m l_0 \omega^2 + m \Delta l \omega^2$

$\Leftrightarrow k\Delta l - m \Delta l \omega^2 = m l_0 \omega^2$

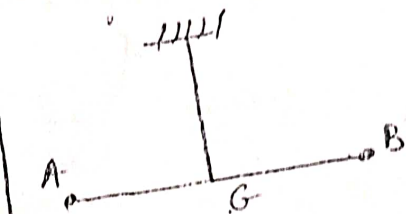
$\Leftrightarrow \Delta l(k - m\omega^2) = m l_0 \omega^2$

$\Leftrightarrow \Delta l = \frac{m l_0 \omega^2}{k - m\omega^2}$

AN: $\Delta l = \frac{50 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cdot 36}{5 - 50 \cdot 10^{-3} \cdot 36}$

$\Delta l = 0,1125m$

EXERCICE 2



$m = 20g$; $l = 20g$; $M = 120g$

$C = 10^{-4} m \cdot N \cdot rad^{-1}$; $\alpha = 9 rad$

① Nature du mouvement

$E_H = cte$

$\Leftrightarrow E_c + E_{pe} + E_{pp} = cte$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \theta^2 + 0 = cte$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} J \ddot{\theta} \dot{\theta} + \frac{1}{2} C \dot{\theta} \theta = 0$

$\Leftrightarrow J \ddot{\theta} + C \theta = 0 \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{C}{J} \theta = 0$

Soient deux plaques polarisées AB (+) et A' (-)

$$a_y = -\frac{mg + F}{m} = -(g + \frac{F}{m}) = \text{de}$$

le mouvement est rectiligne uniformément accéléré

Conclusion
L'équation différentielle est de la forme $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$. Le pendule de torsion est donc animé d'un mouvement de rotation sinusoïdal.

Equation horaire

Le mouvement étant sinusoïdal: $\alpha = \alpha_m \sin(\omega t + \varphi_0)$

- $\alpha_m = 0,1 \text{ rad}$

- à $t=0$, $\alpha = \alpha_m \sin \varphi_0 = \alpha_m$

On tire: $\sin \varphi_0 = 1$

Donc $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

- $\omega^2 = \frac{C}{J} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{C}{J}}$

Or $J = \frac{1}{12} ML^2 + 2md^2$

$J = \frac{1}{12} ML^2 + 2m(\frac{L}{2})^2$

$J = \frac{1}{12} ML^2 + \frac{1}{2} mL^2$

Comme $\frac{M}{m} = \frac{120}{20} = 6$

On tire $M = 6m$; d'où

$J = \frac{1}{12} 6mL^2 + \frac{1}{2} mL^2$

$J = \frac{1}{2} mL^2 + \frac{1}{2} mL^2$

$J = mL^2$

$J = 20 \cdot 10^{-3} (20 \cdot 10^{-2})^2$

$J = 8 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$

Donc $\omega = \sqrt{\frac{10^{-1}}{8 \cdot 10^{-4}}}$

$\omega = 11,25 \text{ rad/s}$

Conclusion

L'équation horaire cherchée est donc

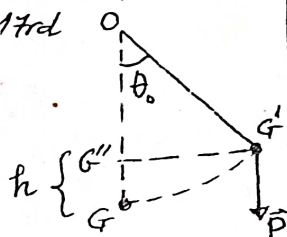
$\alpha = \alpha_m \sin(\omega t + \varphi_0)$

soit $\alpha = 0,1 \sin(11,25t + \frac{\pi}{2})$

EXERCICE 3

Cercueil: (m, R)

$\theta_0 = 0,17 \text{ rad}$



① Nature du mouvement

$E_H = \text{cte}$

$\Rightarrow E_C + E_{pe} + E_{pp} = \text{cte}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + 0 + mgh = \text{cte}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + mgOG(1 - \cos \theta) = \text{cte}$

Derivée membre à membre:

$J \ddot{\theta} + mgOG \sin \theta = 0$

$J \ddot{\theta} + mgOG \sin \theta = 0$

Pour θ petit, $\sin \theta \approx \theta$;

d'où $J \ddot{\theta} + mgOG \theta = 0$

soit $\ddot{\theta} + \frac{mgOG}{J} \theta = 0$

Conclusion: l'équation différentielle est de la forme $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$, avec

$\omega^2 = \frac{mgOG}{J}$. Le mouvement

est donc circulaire sinusoïdal.

Deduction de T_0 : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega}$, or $\omega = \sqrt{\frac{mgOG}{J}}$

d'où $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgOG}}$

- $J = J_G + md^2$

$J = mR^2 + mR^2$

$J = 2mR^2$

- $OG = R$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2mR^2}{mgR}}$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{2R}{g}}$

② Equation horaire du mouvement du cercueil

L'équation différentielle obtenue a pour solution générale:

$\theta = \theta_m \sin(\omega t + \varphi_0)$

- $\theta_m = \theta_0 = 0,17 \text{ rad}$

- à $t=0$, $\theta = \theta_m \sin \varphi_0 = \theta_m$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin \varphi_0 = 1 \\ \cos \varphi_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

alors: $\theta = 0,17 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

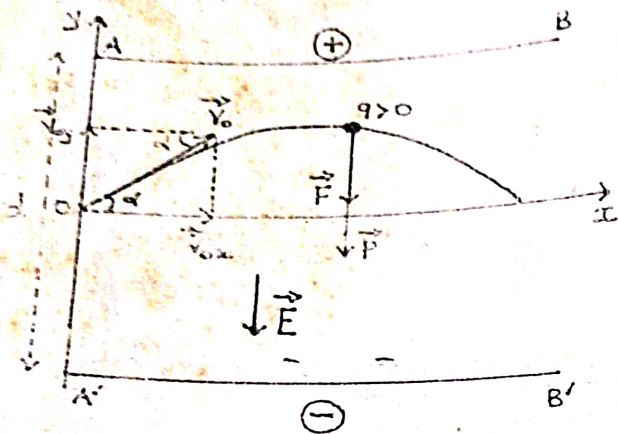
③ Vitesse angulaire au passage par la position d'équilibre.

Pour les oscillations de faible amplitude

$\dot{\theta}_m = \theta_m \omega$

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE DANS UN CHAMP ELECTRIQUE UNIFORME \vec{E} SAMINDU R.

Soient deux plaques polarisées AB (+) et A'B' (-)



le mouvement est rectiligne uniformément varié, d'équation :

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0$$

à $t=0$, $y_0=0$

$$\text{et } \sin \alpha = \frac{v_{0y}}{v_0} \Rightarrow v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(g + \frac{F}{m} \right) t^2 + v_0 \sin \alpha t$$

Trouvons t dans x :

$$x = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = -\frac{1}{2} \left(g + \frac{F}{m} \right) \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

d'où

$$y = -\frac{1}{2} \left(g + \frac{F}{m} \right) \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x$$

cd: $y = Ax^2 + Bx$, la trajectoire est une parabole.

① - Equation de la trajectoire de la particule chargée

Nature du mouvement

- Référentiel : $(0, x, y)$ T.S.G
- Système : particule de masse m dans \vec{E}
- Les forces : \vec{P}, \vec{F}
- R2D : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$
- Explications : $\vec{P} + \vec{F} = m \vec{a}$

- Projection : sur (ox) : $0 + 0 = m a_x$

$$\Rightarrow a_x = 0$$

le mouvement est rectiligne uniforme d'équation horaire

$$x = v_x t + x_0$$

or à $t=0$ $x_0=0$ et $v_x=v_0 \cos \alpha$

$$\text{et } \cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} \Rightarrow v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$\text{sur } (oy) : -P - F = m a_y$$

$$\text{avec } P = m \cdot g$$

② - Calcul de la force électrique F

$$F = \frac{q}{E} \text{ --- N/C}$$

avec $q = ze$

$$F = \frac{ze}{E}$$

le champ électrique E a pour

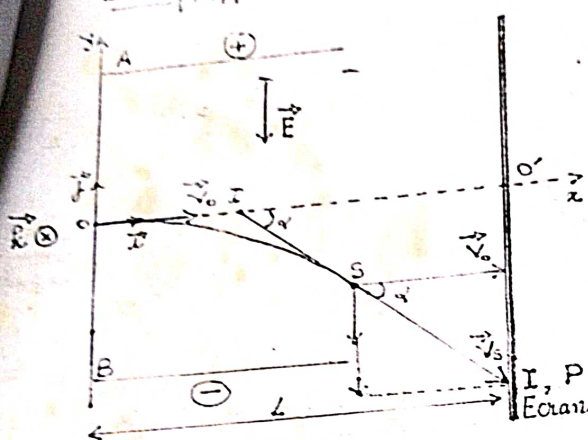
$$\text{expression : } E = \frac{U}{d}$$

F devient :

$$F = \frac{zeU}{d}$$

ctile, la durée du tir est le temps t
 $A3 = B1$: $A4 = B3$.

3) - Particule dans le champ \vec{E} et frappant un écran E



a) Equation de la trajectoire de la particule

Nature du mouvement

- Référentiel : (O, \vec{x}, \vec{y}) TSG
- Système : particule de masse m
- Les forces : \vec{F}
 car $\vec{P} \ll \vec{F}$
- RFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$
 $\Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$

- Projection sur $O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{qE}{m} \\ a_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -\frac{qE}{m}t \\ v_z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

Trouvons t dans x :

$$x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$$

t dans y :

l'équation est:

$$y = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m v_0^2} x^2$$

Concl: $y = Ax^2$, la trajectoire est une parabole d'axe Oy .

b) - Expression de v_0 lorsque la particule frappe un écran en un point I

$$y = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m v_0^2} x^2$$

avec $y = y_I = O'I$
 $x = L = O'O'$

$$y_I = -\frac{qE}{2m v_0^2} L^2 \Rightarrow v_0^2 = -\frac{qEL^2}{2m y_I}$$

$$v_0 = L \sqrt{-\frac{qE}{2m y_I}}$$

c) - Vitesse de la particule au sortir de champ électrique \vec{E}

$$\vec{v}_s = \vec{v}_{sy} + \vec{v}_0$$

$$v_s^2 = v_{sy}^2 + v_0^2$$

$$v_s = \sqrt{v_0^2 + v_{sy}^2}$$

En S : $x = v_0 t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} = \frac{L}{v_0}$

$$v_{sy} = -\frac{qE}{m} t = -\frac{qEL}{m v_0}$$

$$v_s = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qEL}{m v_0}\right)^2}$$

d) - La déflection électrique sur l'écran situé à D du centre des plaques : $O'P$

Soit le triangle (I, O', P) rect. en O' :

$$\sin \alpha = \frac{O'P}{v_s} \quad \text{et} \quad \cos \alpha = \frac{O'I}{v_s}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha = \frac{O'P}{O'I} \Rightarrow O'P = O'I \cdot \tan \alpha$$

Lycée d'Artois Reims II

Directeur des Etudes

Département de

Sciences physiques

M. MABEREAU

Année scolaire 2005-2006

Devoir de sciences physiques

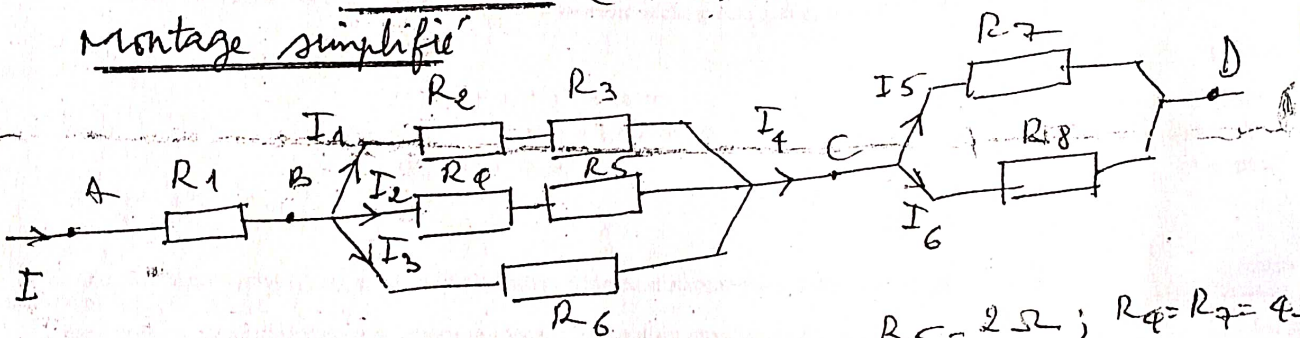
Physique Durée 2h30 min

Exercice 1 (4 pts)

Lorsque 2 résistances sont branchées en série sur un courant de I A, la différence de potentiel aux bornes de celle-ci est 16 V ; si on les branche en dérivation sur le même courant, cette différence de potentiel devient $\frac{15}{4}\text{ V}$. Calculer ces résistances.

Exercice 2 (6 pts)

Montage simplifié



On donne $R_1 = 10\Omega$; $R_2 = R_3 = 3\Omega$ $R_5 = 2\Omega$; $R_4 = R_7 = 4\Omega$
 $R_6 = 6\Omega$ $R_8 = 12\Omega$ $U_{AD} = 45\text{ V}$

- 1) Calculer la résistance équivalente à la portion du circuit A-D
- 2) Calculer tous les intensités ($I, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6$)
- 3) Calculer la tension aux bornes de chaque résistance ($U_{AB}, U_{BC}, U_{CD}, \dots$)

Année - scolaire : 2014 - 2015

INSPECTION DES LYCEES ZONE IV
KOUILOU ET POINTE - NOIRE
DEPARTEMENT DE SCIENCES - PHYSIQUES

COMPOSITION INTERDEPARTEMENTALE DU DEUXIEME TRIMESTRE

EPREUVE DE SCIENCES - PHYSIQUES

Niveau : Première D

Durée : 3 heures

CHIMIE : 8 points

Partie 1 : Vérification des connaissances (4 points)

A- Question à choix multiples : 1,5pt

Choisis la bonne réponse :

- 1/- La décomposition d'une substance organique par chauffage correspond à :
a/- une catalyse ; b/- une hydrolyse ; c/- une pyrolyse ; d/- une photolyse.
- 2/- La quantité d'électricité qui traverse un électrolyseur parcouru par un courant de 0,80A pendant une durée de 14min15s, vaut :
a/- $6,84 \cdot 10^2 \text{ C}$; b/- 6,84 C ; c/- 6840 C ; d/- 0,684 C.
- 3/- La loi des gaz parfaits correspond à la relation suivante :
a/- $\frac{PT}{V} = Rn$; b/- $PV = RTn$; c/- $PV = \frac{M}{n} RT$.

B- Question à alternance vrai ou faux : 1,5pt

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes :

- 1/- Lors d'une électrolyse, à l'anode il se produit une oxydation.
- 2/- La corrosion d'un métal correspond à sa réduction.
- 3/- Tous les composés de la liste suivante sont tous organiques : CH_4 ; $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$; CO_2 et $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$.

C- Question à réponse courte : 1pt

Ecrire les équations électrochimiques qui se produisent au niveau des électrodes lors de l'électrolyse d'une solution d'acide sulfurique.

Partie 2 : Application des connaissances : 4 points

L'analyse d'un composé organique ne renfermant que du carbone, de l'hydrogène et de l'oxygène, a fourni les résultats suivants :

- La combustion complète de 0,7453 g de composé a donné 1,7534 g de gaz carbonique et 0,9126 g d'eau.
 - D'autre part la vaporisation de 1,28g de composé à 100°C et sous une pression de 750 mm de mercure, occupe un volume de $528,5 \text{ cm}^3$.
- 1- Ecris l'équation de la réaction de combustion du composé. 1pt
 - 2- Calcule la masse molaire approchée du composé. 1pts
 - 3- Détermine la formule brute moléculaire du composé. 2pts

On donne : $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$; $V_m = 22,4 \text{ L/mol}$; C : 12g/mol ; O : 16g/mol ; H : 1g/mol

PHYSIQUE : 12 points

Partie 1 : Vérification des connaissances : 4pts

A- Réarrangement : 1pt

La phrase suivante a été écrite en désordre. Ordonne-la.

Un champ électrique \vec{E} / en un point O dans le vide / une charge électrique q_0 placée / dont le module / crée en un point M / a pour expression $E = \frac{K \cdot q_0}{OM^2}$. 1

B- Appariement : 2pt

Relie un élément- question de la colonne A à un élément - réponse de la colonne B.

Exemple : A5 = B7.

Colonne A	Colonne B
A1 : Loi des nœuds	B1 : $\frac{Kq_A}{d^2}$
A2 : Champ électrostatique	B2 : $I_1 = I_2 = I$
A3 : Circuit en série	B3 : $\frac{Kq_A q_B}{d^2}$
A4 : force électrique	B4 : $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$

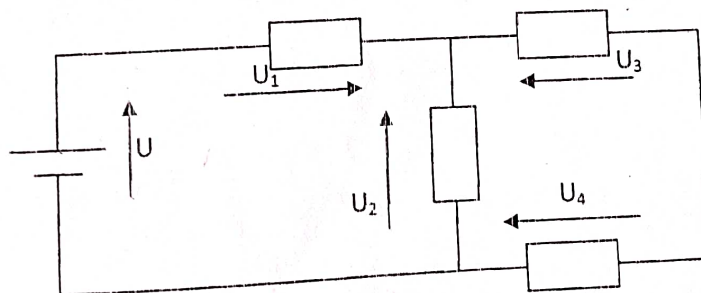
C- Question à alternance vrai ou faux : 1pt

- 1/- Plus deux charges électriques sont proches, moins leur répulsion ou leur attraction est forte.
- 2/- Dans un champ électrique \vec{E} , la force qui s'exerce sur une charge q a pour expression : $\vec{F} = q\vec{E}$.
- 3/- Dans un circuit électrique en série, le voltmètre et l'ampèremètre sont montés également en série.
- 4/- La tension aux bornes de deux dipôles différents montés en parallèle, est la même.

Partie 2 : Application des connaissances : 4 points

On donne les valeurs des tensions suivantes : $U_1 = -5V$; $U_2 = 15V$ et $U_4 = -8V$.

- a- Donne les relations existant entre ces différentes tensions. 2pts
- b- Calculer les valeurs de U et U_3 . 2pts

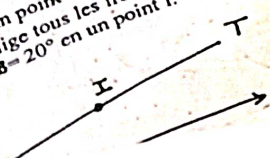


Partie 3 : Résolution d'un problème : 4points

1/- Une charge $q = +12nC$ se déplace d'un point A de potentiel $V_A = 180V$ pour un point B de potentiel $V_B = 400V$.

- a/- Quel est le travail effectué par la force électrique qui s'exerce sur cette charge ? 1pt
 - b/- En déduire la valeur E du champ électrique uniforme qui existe entre les points A et B distant de 10cm. 1pt
- 2/- On place maintenant la charge q en A et une autre charge q' en un point M milieu de AB, telle que la charge q' soit repoussée par une force électrique d'intensité $F = 10^{-6}N$. Détermine alors le signe et la valeur de la charge q' . 2pts (NB : $1nC = 10^{-9}C$)

exercice 6 nous avons le bac
projectile ponctuel S de masse $m = 10\text{kg}$ est lancé à la date $t = 0$ d'un point O avec une vitesse ($V_0 =$
m/s), faisant un angle $\alpha = 60^\circ$ par rapport à l'horizontal Ox. on néglige tous les frottements.
Données $g = 10\text{m/s}^2$
Calculer
Calculer
Déterminer

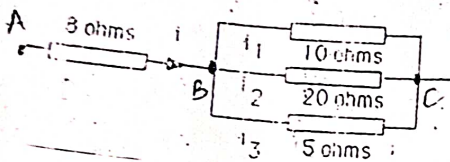


PHYSIQUE:

Partie 1 : VÉRIFICATION DES CONNAISSANCES.

(A) Devoir à réponse courte (2pts)

Déterminer les intensités i_1, i_2, i_3 sachant que $I = 7\text{A}$:



(B) Texte à trous : (1 pt)

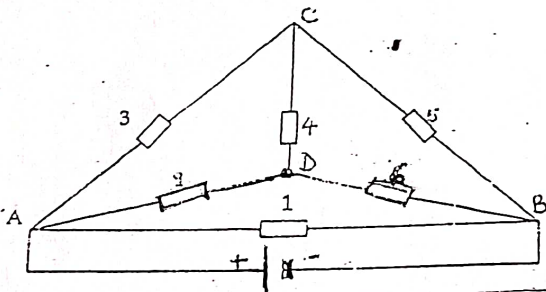
Complète les mots qui manquent dans la définition suivante : ohmique, passif, origine, dipôle caractéristique. (Ex. : 5 = dipôle)

Le conducteur (1) est un (2) dont la (3) est une droite linéaire passant par (4).

Partie 2 : APPLICATION DES CONNAISSANCES.

On donne le réseau des conducteurs ohmiques ci-après :

Calculer les tensions des différents dipôles du circuit ci-dessous et les intensités des courants qui traversent. On donne : $U_{AB} = 120\text{mV}$; $|U_{CD}| = 30\text{mV}$; $U_{AD} = U_{DB}$; $I = 1\text{A}$; $I_1 = 0,2\text{A}$; $I_2 = 0,5\text{A}$; $I_6 = 0,4\text{A}$



c) Résultat d'un problème (5pts)

on désire calculer les forces électrostatiques et le champ électrique

On place trois charges égales aux sommets A, B, C d'un triangle équilatéral de côté a . Trouver les caractéristiques du champ électrostatique au centre de gravité du triangle avec $E_A = 5.104\text{N/C}$. On donne $Q_A > 0$, $Q_B < 0$ et $Q_C > 0$

Calculer la force électrostatique qui s'applique à chaque sommet du triangle

$$T \, d\theta = \int_D T^2 \, d\theta$$

DYNAMIQUE DE ROTATION

Exercice BAC "D" 1999

Un volant de masse $M = 400 \text{ kg}$ peut tourner sans frottement autour de son axe de révolution, disposé horizontalement et passant par son centre d'inertie O . On admet que toute la masse du volant est uniformément répartie sur une circonférence de rayon $R = 40 \text{ cm}$.

1. Calculer pour ce volant :
 - a. Le moment d'inertie J_O par rapport à l'axe
 - b. L'énergie cinétique lorsque sa vitesse de rotation est de 240 tr. min^{-1}
2. La vitesse de rotation passe de 240 tr. min^{-1} à 150 tr. min^{-1} , en 15 s . Quelle est la puissance moyenne dissipée lors de cette phase du mouvement ?
3. Le volant tourne à la vitesse de 150 tr. min^{-1} . Par suite d'une rupture, un fragment de métal se détache de la circonférence du volant à un instant où celui-ci se trouve sur la verticale passant par l'axe de révolution du volant, dans la position la plus haute. A quelle distance de O le fragment de métal atteindra-t-il le sol ?
Prendre $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

Exercice BAC "D" 2003

Un disque plan D , vertical et homogène, de masse $m = 1 \text{ kg}$, de rayon $R = 10 \text{ cm}$, d'épaisseur constante, peut tourner autour d'un axe horizontal, perpendiculaire à son plan et passant par son centre O . Les frottements sur l'axe sont équivalents à un couple résistant constant de moment M_r . Le disque D , parti du repos, acquiert en un temps $t = 10 \text{ s}$ une vitesse $N = 300 \text{ tours / min}$ sous l'action d'un couple moteur constant $M_m = 1,82 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$.

1. Déterminer l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$ du mouvement
2. En déduire :
 - a. Le moment M_r du couple résistant
 - b. Le nombre de tours effectués par le disque.
 - c. Le travail fourni par le couple moteur dans l'intervalle du temps considérés.

Exercice : BAC "C" 1987

Sur une tige homogène de masse $m = 150 \text{ g}$, de longueur $l = 60 \text{ cm}$, sont fixées 2 masses ponctuelles : $m = 100 \text{ g}$ en C tel que $AC = 10 \text{ cm}$ et $m' = 50 \text{ g}$ en D tel que $DB = 20 \text{ cm}$. Soit O le milieu de cette tige.

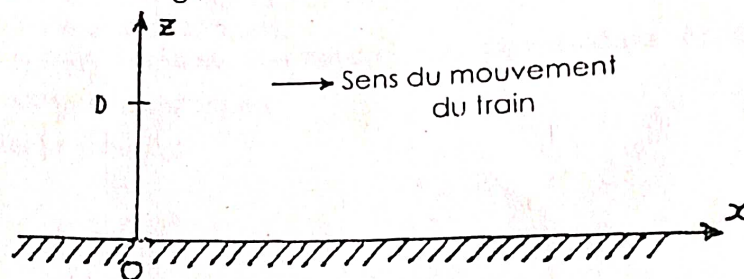
On fait tourner ce système au tour d'un axe vertical passant par le centre de gravité G , en lui appliquant un couple de moment M .

1. Déterminer la position du centre de gravité G du système.
2. Calculer le moment d'inertie du système par rapport à l'axe transversal passant par G .
3. Au bout d'un temps $t = 62,8 \text{ s}$, ce système partie sans vitesse, tourne à raison de 3 tr/s : Quelle est la valeur du couple moteur supposé constant ?

PARTIE A : PHYSIQUE

EXERCICE 1 : (4points)

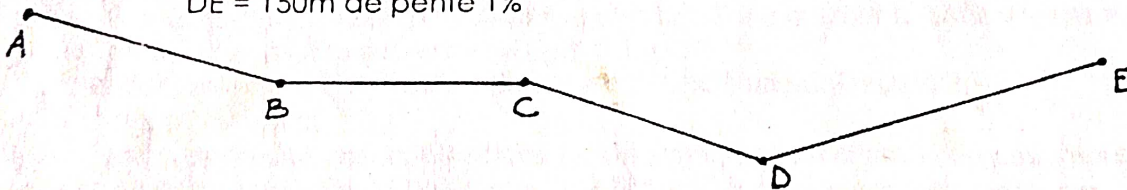
1. Un train roule à la vitesse constante V , sur une voie horizontale, rectiligne. Un voyageur lâche par la fenêtre, d'un point situé à la hauteur h au-dessus du sol, un objet de masse m , assimilable à un point matériel. Quel est le vecteur vitesse de l'objet par rapport au sol à l'instant du lâché ? (1pt)
 2. On veut étudier le mouvement de l'objet lors de sa chute. Celui-ci a été lâché à la date $t=0$, au point D, d'altitude h au-dessus du sol (voir figure). On représente, en première approximation, l'action de l'air sur l'objet, par une force F constante, collinéaire à la vitesse du train et de sens contraire à celle-ci. On étudie le mouvement dans le repère (Ox, Oz) de la figure. Etablir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ au mouvement de l'objet. Faire l'application numérique. (2pts)
 3. A quelle distance Ol de O , l'objet touchera-t-il la voie ferrée ? (1pt)
- Données : $g = 10 \text{ m/s}^2$; $m = 500 \text{ g}$; $V = 108 \text{ km/h}$; $F = 4 \text{ N}$; $h = 2,0 \text{ m}$.



EXERCICE 2 (4pts)

Un enfant de masse $M = 35 \text{ kg}$ joue avec une luge de masse $m = 5 \text{ kg}$ sur un circuit ayant le profil représenté ci-dessous et parcouru dans le sens ABCDE. Il ne fait aucun mouvement sur sa luge, laissant glisser celle-ci.

On donne : AB = 100m de pente 2%
 BC = 40m, horizontal
 CD = 60m de pente 8%
 DE = 150m de pente 1%



Il part de A avec un vecteur vitesse V_A tel que $V_A = 5 \text{ m/s}$ et on constate que ce vecteur vitesse reste constante de A à B.

1. En déduire :
 - a. L'intensité de la force équivalente aux divers frottements (1pt)
 - b. La valeur de la vitesse en C et la durée du parcours BC (1pt)
 - c. La valeur de la vitesse en D et la durée du parcours CD. (1pt)
2. Pourra-t-il arriver jusqu'en E ? Si oui, avec quelle vitesse ? Si non, où s'arrêtera-t-il ? (1pt)

On admettra que la force équivalente aux divers frottements est indépendante de la valeur de la vitesse. On prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$.

ACTION SIMULTANEE DE DEUX CHAMPS PARMIS : CHAMP ELECTRIQUE \vec{E} , CHAMP MAGNETIQUE \vec{B} , CHAMP DE PESANTEUR \vec{g}

EXERCICE 1

A la sortie d'une chambre d'ionisation, des ions $^{20}_{10}\text{Ne}^+$ et $^{22}_{10}\text{Ne}^+$ pénètrent avec une vitesse quasiment nulle par un trou O_1 dans l'espace compris entre deux plaques métalliques verticales parallèles P_1 et P_2 , entre les quelles on établit une tension accélératrice $U = V_{P_1} - V_{P_2}$ (voir figure)

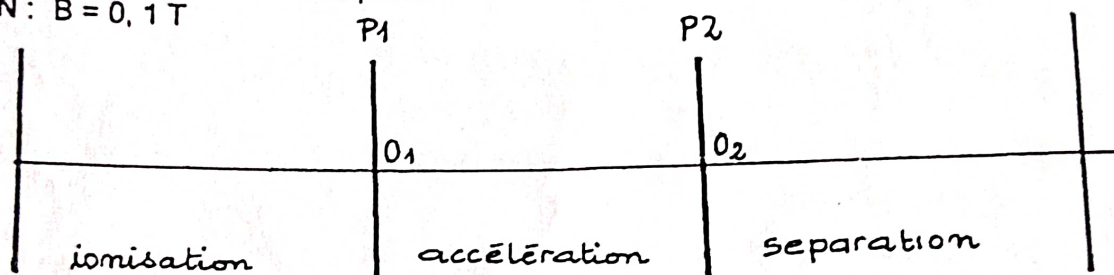
1. Les ions Ne^+ arrivent O_2 avec un vecteur vitesse V horizontal et orienté suivant $x'x$. Etablir l'expression littérale de la vitesse des ions au point O_2 en fonction de la tension U , ainsi que de la masse et de la charge de l'ion considéré. Calculer les vitesses des ions Ne^+ à partir des données numériques suivantes : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $U = 2 \cdot 10^4 \text{ V}$;
masse du proton = masse du neutron = $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
2. A la sortie de O_2 , les ions pénètrent dans une région où ils sont soumis à l'action simultanée de deux champs : un champ magnétique uniforme de vecteur champ B , perpendiculaire au plan de la figure et orienté vers l'avant ; un champ électrique E perpendiculaire à $x'x$ dans le plan de la figure.

a. Comment peut-on choisir le sens et l'intensité de \vec{E} pour que les mouvements des

ions $^{20}_{10}\text{Ne}^+$ soit rectiligne et uniforme ?

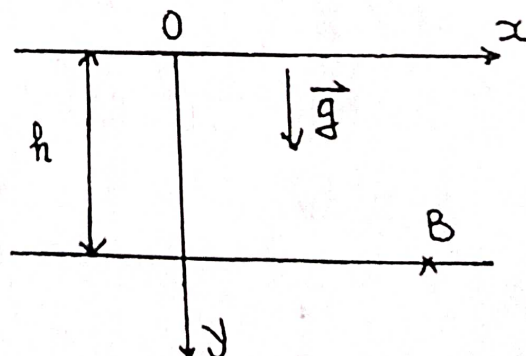
b. Quel est l'intérêt d'un tel dispositif

AN : $B = 0,1 \text{ T}$

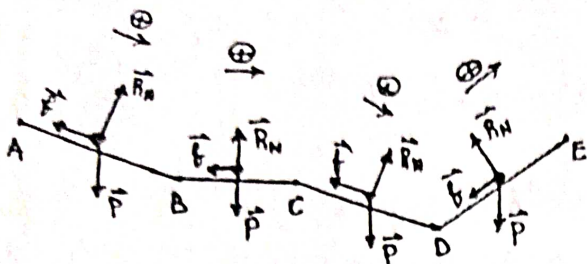


EXERCICE 2 BAC 'E' 2010

1. Une petite sphère de masse m tombe en chute libre d'une hauteur h , sans vitesse initiale, sous l'action d'un champ de pesanteur ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$).
Donner l'expression littérale de sa vitesse après une chute de hauteur h
AN : $m = 5 \text{ g}$; $h = 50 \text{ m}$.
2. La sphère A porte une charge électrique Q . On superpose au champ de pesanteur un champ électrique uniforme E horizontal (voir figure). La sphère est abandonnée sans vitesse initiale en un point O de l'espace où agissent les deux champs. Elle arrive au point B .
 - a. Quel est le signe de la charge Q ?
 - b. Etablir l'équation de la trajectoire suivie par A dans le repère (Ox, Oy)
 - c. Trouvez les coordonnées du point d'arrivée B de la sphère après une dénivellation h
On prendra : $|Q| = 4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$; $E = 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$;
 $h = 50 \text{ cm}$



EXERCICE 2



$$M = 35 \text{ kg} ; m = 5 \text{ kg} ; v_A = 5 \text{ m/s}$$

$$AB = 100 \text{ m} ; \sin \alpha_1 = 0,02 ; BC = 40 \text{ m}$$

$$CD = 60 \text{ m} ; \sin \alpha_2 = 0,08$$

$$DE = 150 \text{ m} ; \sin \alpha_3 = 0,01 ; g = 10 \text{ m/s}^2$$

① De. Deduction de l'intensité des frottements

Comme $v = \text{cte}$ sur AB, alors $a = 0$.

- Système : Enfant + luge de masse m_t

- Référentiel : T.S.G

- Bilan des forces : $\vec{P}, \vec{R}_N, \vec{f}$

- Principe d'inertie : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = \vec{0}$

- Projection ds le sens de la descente :

$$+m_t g \sin \alpha_1 + 0 - f = 0 ; \text{ On tire}$$

$$\boxed{f = m_t g \sin \alpha_1} ; \text{ AN}$$

$$\text{AN : } f = 40 \cdot 10 \cdot 0,02 ; f = 8 \text{ N}$$

b. Deduction de la vitesse v_c et de la durée du trajet BC

* Accélération du trajet BC :

- Bilan : $\vec{P}, \vec{R}_N, \vec{f}$

- T.C.I : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m_t \vec{a}$

- Projecté ds le sens du mot :

$$0 + 0 - f = m_t a ; \text{ On tire}$$

$$a = \frac{-f}{m_t} = \frac{-8}{40} = -0,2 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot r \text{ sur BC.}$$

* Vitesse initiale du trajet BC :

$v_B = v_A = 5 \text{ m/s}$ puisque le mot est uniforme sur la trajet AB.

* R.I.T : $v_c^2 - v_B^2 = 2a_{BC}$; on tire

$$\boxed{v_c = \sqrt{v_B^2 + 2a_{BC}}} ; v_c = \sqrt{25 - 2 \cdot 0,2 \cdot 40}$$

$$\underline{v_c = 3 \text{ m/s}}$$

* En ce qui concerne la durée du parcours BC, on a :

$$v_c = at + v_B ; \text{ On tire}$$

$$\boxed{t = \frac{v_c - v_B}{a}}$$

$$t = \frac{3 - 5}{-0,2} ; \underline{t = 10 \text{ s.}}$$

c. Deduction de la vitesse v_D et de la durée du parcours CD

* Accélération du trajet CD

- T.C.I : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = m_t \vec{a}$

- Projection ds le sens de la descente :

$$+m_t g \sin \alpha_2 + 0 - f = m_t a_2 ; \text{ On tire}$$

$$a_2 = +g \sin \alpha_2 - \frac{f}{m_t} = +10 \cdot 0,08 - \frac{8}{40}$$

$$a_2 = 0,6 \text{ m/s}^2 \Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot a \text{ sur CD.}$$

* R.I.T : $v_D^2 - v_c^2 = 2a_2 DC$; On tire

$$\boxed{v_D = \sqrt{v_c^2 + 2a_2 DC}} ; v_D = \sqrt{9 + 2 \cdot 0,6 \cdot 60}$$

$$\underline{v_D = 9 \text{ m/s}}$$

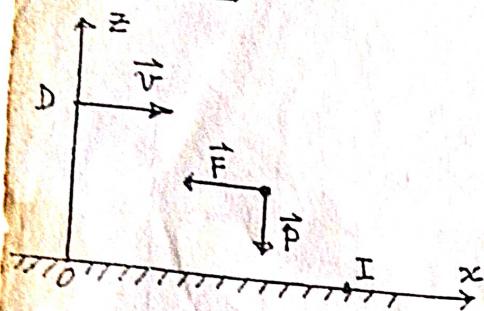
* Durée du trajet : $v_D = a_2 t + v_c$

$$\Rightarrow \boxed{t = \frac{v_D - v_c}{a}} ; t = \frac{9 - 3}{0,6}$$

$$\underline{t = 10 \text{ s}}$$

CORRECTION SUJET N° 5

EXERCICE 1



$g = 10 \text{ m/s}^2$; $m = 0,5 \text{ kg}$; $v = 30 \text{ m/s}$; $h = 2 \text{ m}$
 $F = 4 \text{ N}$:

① Vecteur vitesse de l'objet à l'instant du lâché.

À l'instant du lâché par la fenêtre, l'objet fait encore partie intégrante du train; sa vitesse à cet instant est celle du train:

- direction: horizontale;
- sens: celui du mouvement
- intensité: $v_0 = v = 30 \text{ m/s}$.

② Equations horaires dans le repère (Ox; Oz)

$$D \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = h \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$

- Système: objet de masse m

- Référentiel: T.S.G

- Bilan: le poids \vec{P} vertical descendant et la force \vec{F} horizontalement rattachée au mouvement

- T.C.I: $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$.

- Projection sur Ox: $0 - F = ma_x$

$$\Rightarrow a_x = -\frac{F}{m} = c^te \Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot v \text{ sur Ox}$$

D'où $x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0$

Soit $x(t) = -\frac{F}{2m}t^2 + v_0 t$

AN: $x(t) = -\frac{4}{2 \cdot 0,5}t^2 + 30t$

$x(t) = -4t^2 + 30t$

- Projection sur Oz: $-mg + 0 = ma_z$

$$\Rightarrow a_z = -g = c^te \Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot v \text{ sur Oz:}$$

D'où $z(t) = \frac{1}{2}a_z t^2 + v_{0z}t + z_0$

Soit $z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + h$

AN: $z(t) = -5t^2 + 2$

③ Distance OI entre le point d'impact I et l'origine O

* Comme le point I est sur l'axe Ox

alors $z_I = 0 \Leftrightarrow -5t_I^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow t_I = \sqrt{\frac{2}{5}}$

Soit $t_I = 0,63 \text{ s}$.

* A cet instant: $x_I = -4t_I^2 + 30t_I$

$x_I = -4(0,63)^2 + 30 \cdot 0,63$

$x_I = 17,3 \text{ m}$

Conclusion: $OI = 17,3 \text{ m}$

EXERCICE

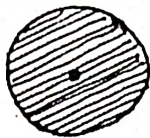
$$m = 1 \text{ kg}$$

$$R = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$\dot{\theta}_i = 0$$

$$\dot{\theta}_f = \frac{300 \cdot 2\pi}{60} = 10\pi \text{ rad/s}; t = 10 \text{ s}$$

$$M_m = 1,82 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$



① Déterminons l'accélération $\ddot{\theta}$

La vitesse augmente régulièrement de 0 à $10\pi \text{ rad/s}$. Le mot est uniformément accéléré

$$\dot{\theta}_f = \ddot{\theta} t + \dot{\theta}_i; \text{ On tire}$$

$$\boxed{\ddot{\theta} = \frac{\dot{\theta}_f - \dot{\theta}_i}{t}}$$

$$\text{AN: } \ddot{\theta} = \frac{10\pi - 0}{10}; \boxed{\ddot{\theta} = \pi \text{ rad/s}^2}$$

② a. Déduisons le moment du couple résistant

- Système : disque de masse m
- Bilan : couple moteur; couple résistant.

$$\bullet \text{ R.F.O: } \vec{M}_m + \vec{M}_r = J_O \ddot{\theta}$$

$$M_m - M_r = J_O \ddot{\theta}; \text{ On tire}$$

$$M_r = M_m - J_O \ddot{\theta}$$

$$M_r = M_m - \frac{1}{2} m R^2 \ddot{\theta}$$

$$M_r = 1,82 \cdot 10^{-2} - 0,5(0,1)^2 \cdot 3,14$$

$$M_r =$$

b. Déduisons le nombre de tours

$$\dot{\theta}_f^2 - \dot{\theta}_i^2 = 2\ddot{\theta} \theta \text{ or } \theta = 2\pi n$$

$$\text{d'où } \dot{\theta}_f^2 - \dot{\theta}_i^2 = 4\pi \ddot{\theta} n; \text{ On tire}$$

$$\boxed{n = \frac{\dot{\theta}_f^2 - \dot{\theta}_i^2}{4\pi \ddot{\theta}}}; n = \frac{100\pi^2 - 0}{4\pi^2}$$

$$\boxed{n = 25 \text{ tours}}$$

c. Déduisons le travail fourni par le couple moteur

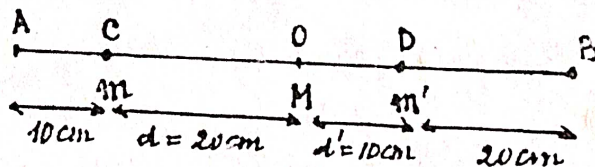
$$W_m = M_m \theta$$

$$W_m = 2\pi n \cdot M_m$$

$$W_m = 2 \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 1,82 \cdot 10^{-2}$$

$$W_m =$$

EXERCICE 3



① Calculons $\vec{OG} = a$

Système:

- Tige: (O; M)

- masse (C; m)

- masse (D; m')

$$\vec{OG} = \frac{m \vec{CO} + m' \vec{DO} + M \vec{OO}}{m + m' + M}$$

EXERCICE

$$M = 400 \text{ Kg}$$

$$R = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m}$$



① a. Calculons J_O du volant

Le moment d'inertie du volant par rapport à son axe de rotation est: $J_O = MR^2$

$$\text{AN: } J_O = 400 \cdot (0,4)^2; J_O = 64 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

b. Calculons son énergie cinétique pour $N = 240 \text{ tr/min}$

Il s'agit de l'énergie cinétique de rotation

$$E_c = \frac{1}{2} J_O \dot{\theta}^2$$

$$\dot{\theta} = \frac{240 \cdot 2\pi}{60} = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$E_c = 0,5 \cdot 64 \cdot (8 \cdot 3,14)^2$$

② Puissance dissipée quand la vitesse diminue de 240 tr/min à 150 tr/min en 15 s .

$$P = \frac{W}{t} = \frac{E_{cf} - E_{ci}}{t}$$

$$P = \frac{\frac{1}{2} J_O \dot{\theta}_f^2 - \frac{1}{2} J_O \dot{\theta}_i^2}{t}$$

$$P = \frac{J_O}{2t} (\dot{\theta}_f^2 - \dot{\theta}_i^2)$$

$$\dot{\theta}_f = \frac{240 \cdot 2\pi}{60} = 8\pi$$

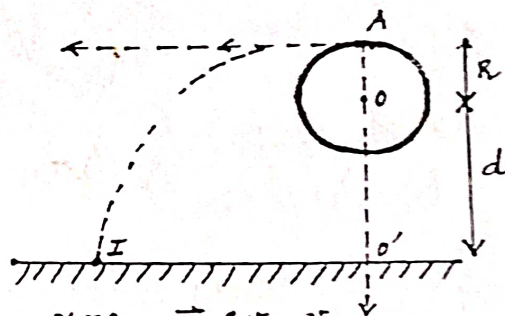
$$\dot{\theta}_i = \frac{150 \cdot 2\pi}{60} = 5\pi$$

$$P = \frac{64}{2 \cdot 15} (25 \cdot 3,14^2 - 64 \cdot 3,14^2)$$

$$P = -$$

Le signe \ominus montre qu'il y a dissipation d'énergie.

③ Calculons la distance $O'I = x$



$$A \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \rightarrow \text{m.r.u sur } Ox \\ a_y = g \rightarrow \text{m.r.u.v sur } Oy \end{cases}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_0 t \rightarrow t = \frac{x}{v_0} \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 \end{cases}$$

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2; y_I = \frac{g}{2v_0^2} x_I^2$$

$$R + d = \frac{g x_I^2}{2v_0^2} \Leftrightarrow x_I^2 = \frac{2v_0^2 (R + d)}{g}$$

$$\Leftrightarrow x_I = \sqrt{\frac{2v_0^2 (R + d)}{g}}$$

TEDSON [T²] V.A.T.

Les Ondes

- Les Ondes progressives
- Les interférences mécaniques
- Les Ondes stationnaires
- Les interférences lumineuses

Les Ondes Progressives

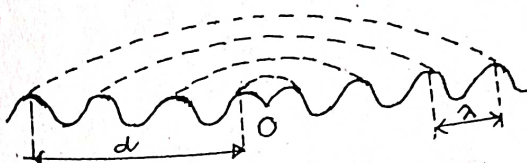
1. PHENOMENE OBSERVÉ AVEC LES ONDES PROGRESSIVES
2. DÉTERMINATION DE LA VITESSE V ET DE LA LONGUEUR D'ONDE λ
3. DÉTERMINATION DE L'EQUATION HORAIRE DE LA SOURCE S
4. DÉTERMINATION DE L'EQUATION HORAIRE D'UN POINT
QUELCONQUE M TEL QUE $SM = x$
5. DÉTERMINATION DE LA VITESSE D'UN POINT EN FONCTION DE t
 - vitesse du point source S en fonction du temps
 - vitesse d'un point M d'abscisse x en fonction du temps
 - vitesse maximale.
6. CONSTRUCTION DES COURBES $y_s(t)$ et $y_m(t)$ OÙ SINUSOÏDES DES TEMPS
7. REPRESENTATION DE L'ASPECT DU MILIEU OÙ SINUSOÏDES DES ESPACES
8. ABSCISSES OU POSITIONS DES POINTS QUI VIBRENT:
 - En phase
 - En opposition de phase
 - En quadrature de phase

TEDSON [T²]

1) PHÉNOMÈNE OBSERVÉ AVEC LES ONDES PROGRESSIVES

- Une pointe fixée à la lame d'un vibreur effleure en O la surface d'un liquide contenu dans une cuve; ou bien on fait tomber de l'eau goutte à goutte sur la surface d'une nappe d'eau. On observe des rides circulaires centrées au point de chute O et dont le rayon augmente progressivement. Un petit bouchon en liège, placé en un point de la surface de l'eau, se soulève au passage de la ride mais n'est pas entraîné, preuve qu'il n'y a pas déplacement de matière.
- Faisons subir une petite secousse à l'extrémité O d'une longue corde tendue. On observe que la corde se déforme au voisinage de O puis reprend sa position initiale et que cette déformation se propage le long de la corde à une vitesse donnée.

- * La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période
 $d = v \cdot t \rightarrow \boxed{\lambda = vT}$ avec $T = \frac{1}{N}$
- * La longueur d'onde est la distance constante entre deux crêtes consécutives.



On peut déterminer λ expérimentalement en mesurant la distance d entre n crêtes consécutives

$$d = (n-1)\lambda \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{d}{n-1}}$$

3) EQUATION HORAIRE DE LA SOURCE S

La source S est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdal; donc

$$y_s(t) = a \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Où a , ω et φ_0 sont des constantes à déterminer.

* Détermination de a

a est l'amplitude ou l'élongation maximale

- Le texte donne souvent la valeur de a

• Le texte peut donner la longueur l du segment décrit par la source S

$$l = AB \Leftrightarrow l = x_A - x_B \Leftrightarrow l = a - (-a) \Leftrightarrow l = 2a \Rightarrow a = \frac{l}{2}$$

* Détermination de ω

A partir de la fréquence: $\omega = 2\pi N$

2) LA VITESSE DE L'ONDE ET LA LONGUEUR D'ONDE

- * L'onde se propage avec une vitesse constante

$$d = v \cdot t \Rightarrow \boxed{v = \frac{d}{t}}$$

- d = longueur du trajet
- t = durée du trajet

- * Dans une corde tendue, la vitesse de propagation de l'onde est donnée par:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

- F = tension du fil ($F = Mg$) en N
- $\mu = \frac{m}{l}$ = masse linéique en kg/m
- m = masse de la corde
- l = longueur de la corde.

Détermination de φ_0

Par exploitation des conditions initiales.

L'origine des espaces est généralement la position d'équilibre; l'origine des temps peut être prise:

- au passage par la position d'équilibre \rightarrow sens $\oplus \Rightarrow \varphi_0 = 0$
 \rightarrow sens $\ominus \Rightarrow \varphi_0 = \pi$

- au passage par la position d'élongation maximale \rightarrow positif $\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$
 \rightarrow négatif $\Rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$

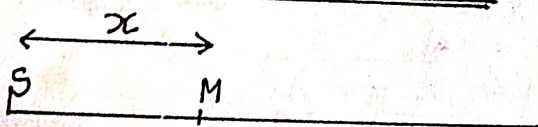
- au passage par une position autre que la position d'équilibre et d'élongation maximale

NB₁: Position d'équilibre = position médiane = position de repos = position d'élongation nulle.

NB₂: Sens positif = sens des elongations croissantes = vitesse positive

NB₃: Sens négatif = sens des elongations décroissantes = vitesse négative

④ EQUATION HORAIRE D'UN POINT M TEL QUE SM = x



M reproduit le mouvement de la source S avec un retard $\theta = \frac{x}{v}$ correspondant au temps mis par l'onde pour atteindre M

Donc $y_M = y_S(t - \theta)$

Cela signifie que pour l'équation horaire de M en ce t par t - θ dans l'équation de S, puis on développe. On a:

$$y_M = a \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi_0\right]$$

$$y_M = a \sin\left(\omega t - \frac{\omega x}{v} + \varphi_0\right)$$

$$y_M = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{T v} x + \varphi_0\right)$$

$$y_M = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi_0\right)$$

$$y_M = a \sin(\omega t - Kx + \varphi_0)$$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$: pulsation en rd/s

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$: vecteur d'onde en rd/m.

D'où $y_M = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi_0\right)$

On obtient une fonction à deux variables x et t: fonction espace-temps. Il s'agit d'une onde progressive car la phase Φ varie avec x

⑤ VITESSE D'UN POINT EN FONCTION DU TEMPS t

• vitesse de la source S

$$y_s = \frac{dy_s}{dt}; \text{ or } y_s = a \sin(\omega t + \varphi_0);$$

d'où $y_s = a \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$

• vitesse d'un point d'un point M d'abscisse connue x₁

On remplace d'abord x par x₁ dans la formule qui devient

$$y_M = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x_1 + \varphi_0\right) \text{ puis}$$

en dérive par rapport au temps

①

$$\dot{y}_M = a\omega \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x_1 + \varphi_0)$$

- Vitesse maximale.

Tous les points du milieu ont la même vitesse maximale

$$\dot{y}_{\max} = a\omega$$

C'est la vitesse de passage par la position d'équilibre.

⑥ REPRESENTATION DES MOUVEMENTS $y_S(t)$ ET $y_M(t)$ DES POINTS S ET M OU SINUSOÏDES DES TEMPS

Représentation du movt de la source S

- On donne l'équation horaire de S

$$y_S = a \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0)$$

Le movt de S est compté à partir de $t=0$

- On construit le tableau des valeurs

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4}$
y_S	?	?	?	?	?

- On place les valeurs obtenues et on trace la courbe $y_S(t)$

Représentation du mouvement de M d'abscisse connue x_1

- On peut tenir compte du fait que S et M vibrent en phase, en opposition de phase ou en quadrature de phase. Il suffit donc de calculer le retard t en fonction de T et de reproduire la courbe y_S à partir du retard t .

⑦ REPRESENTATION DE L'ASPECT DU MILIEU A L'INSTANT t_1 OU SINUSOÏDE DES ESPACES

- On écrit l'équation de l'onde progressive puis on remplace t par t_1

$$y(x) = a \sin(\frac{2\pi}{T}t_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0)$$

- On calcule le front d'onde en fonction x

- On donne le tableau des valeurs

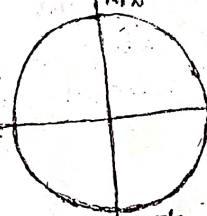
x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{2\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{4}$	$\frac{4\lambda}{4}$
y	?	?	?	?	?

⑧ ABSCESSES OU POSITIONS DES POINTS

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} = \frac{\Delta t}{T}$$

$\pi/2$ ← en quadrature de phase

en opposition de phase → π



$3\pi/2$ en quadrature de phase

- Points en phase: $\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi}$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{0 + 2k\pi}{2\pi} \Leftrightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = k$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Delta x = k\lambda}$$

- Points en opposition de phase:

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \Leftrightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\pi + 2k\pi}{2\pi} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{1 + 2k}{2} \Leftrightarrow \boxed{\Delta x = (1 + 2k) \frac{\lambda}{2}}$$

- Points en quadrature de phase:

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \Leftrightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\pi/2 + k\pi}{2\pi}$$

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{1 + 2k}{4} \Leftrightarrow \boxed{\Delta x = (1 + 2k) \frac{\lambda}{4}}$$

EXECICE BAC " D " 1984

Un vibreur est fixé à l'extrémité A d'une corde élastique tendue horizontalement, l'autre extrémité B comporte un dispositif empêchant toute réflexion des ondes.

Le vibreur impose au point A une vibration verticale qui commence à l'instant $t = 0$ et d'équation $y_A(t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin 100\pi t$. La célérité de propagation de la vibration est $v = 10 \text{ m/s}$ (y_A est exprimé dans le système S.I.).

1. On appelle x la distance d'un point quelconque M de la corde à l'extrémité A. Quelle relation doit vérifier x :
 - a) Pour que le point M vibre en phase avec A,
 - b) Pour que le point M vibre en opposition de phase avec A ?
2. On considère le point N situé à 30cm de A. A quel instant ce point commence-t-il à vibrer ?
Représenter le graphe de son mouvement $y_N(t) = f(t)$.
3. Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t = 0,06 \text{ s}$
Rep : $0,2k(m)$; $0,1(1 + 2k)(m)$;

EXECICE BAC " D " 1985

Une lame vibrante est animée d'un mouvement sinusoïdal de fréquence $N = 100 \text{ Hz}$. Elle est munie d'une pointe qui frappe verticalement la surface d'une nappe d'eau en un point S.

Les vibrations de la pointe produisent à la surface de l'eau des ondes transversales, d'amplitude 1mm. La vitesse de propagation des ondes à la surface de l'eau est $0,4 \text{ m/s}$.

On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni amortissement des ondes.

1. Ecrire l'équation du mouvement de S puis l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance $d = 1,4 \text{ cm}$ de S. Comparer les mouvements de S et de M.

On prendra l'origine des temps l'instant où la perturbation débute en S, le point S allant vers le haut.

2. Représenter graphiquement la coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par S aux instants $t_1 = 0,035 \text{ s}$ et $t_2 = 0,040 \text{ s}$.
3. Quelle est la vitesse maximale d'un point de la surface de l'eau ?
Rep : $10^{-3} \sin 200\pi t$

EXECICE BAC " D " 1986

L'extrémité d'une corde de longueur infinie est animée d'un mouvement sinusoïdal transversal d'équation horaire $y = a \sin \omega t$, d'amplitude $0,5 \text{ m}$ et de fréquence 100 Hz .

La masse linéaire de la corde tendue avec une force de 10 N est $0,1 \text{ kg/m}$.

1. Calculer la longueur d'onde de la vibration qui se propage le long de la corde.
2. Ecrire l'équation du mouvement d'un point M de la corde situé à une distance x de la source.

AN : $x = 0,325 \text{ m}$. Comparer le mouvement de ce point à celui de la source.

3. Calculer la vitesse maximale d'un point vibrant de la corde.
Rep : $0,1 \text{ m}$; $a \sin(\omega t - \pi/2)$; $3,14 \text{ m/s}$.

EXERCICE BAC " D " 1984

Un vibreur est fixé à l'extrémité A d'une corde élastique tendue horizontalement, l'autre extrémité B comporte un dispositif empêchant toute réflexion des ondes.

Le vibreur impose au point A une vibration verticale qui commence à l'instant $t = 0$ et d'équation $y_A(t) = 5 \cdot 10^{-3} \sin 100\pi t$. La célérité de propagation de la vibration est $v = 10 \text{ m/s}$ (y_A est exprimé dans le système S.I.).

1. On appelle x la distance d'un point quelconque M de la corde à l'extrémité A. Quelle relation doit vérifier x :
 - a) Pour que le point M vibre en phase avec A,
 - b) Pour que le point M vibre en opposition de phase avec A ?
2. On considère le point N situé à 30cm de A. A quel instant ce point commence-t-il à vibrer ?
Représenter le graphe de son mouvement $y_N(t) = f(t)$.
3. Représenter l'aspect de la corde à l'instant $t = 0,06 \text{ s}$
Rep : $0,2k(m)$; $0,1(1 + 2k)(m)$;

EXERCICE BAC " D " 1985

Une lame vibrante est animée d'un mouvement sinusoïdal de fréquence $N = 100 \text{ Hz}$. Elle est munie d'une pointe qui frappe verticalement la surface d'une nappe d'eau en un point S.

Les vibrations de la pointe produisent à la surface de l'eau des ondes transversales, d'amplitude 1mm. La vitesse de propagation des ondes à la surface de l'eau est $0,4 \text{ m/s}$.

On suppose qu'il n'y a ni réflexion ni amortissement des ondes.

1. Ecrire l'équation du mouvement de S puis l'équation du mouvement d'un point M situé à la distance $d = 1,4 \text{ cm}$ de S. Comparer les mouvements de S et de M.
En prendra l'origine des temps l'instant où la perturbation débute en S, le point S allant vers le haut.
2. Représenter graphiquement la coupe de la surface de l'eau par un plan vertical passant par S aux instants $t_1 = 0,035 \text{ s}$ et $t_2 = 0,040 \text{ s}$.
3. Quelle est la vitesse maximale d'un point de la surface de l'eau ?
Rep : $10^{-3} \sin 200\pi t$

EXERCICE BAC " D " 1986

L'extrémité d'une corde de longueur infinie est animée d'un mouvement sinusoïdal transversal d'équation horaire $y = a \sin \omega t$, d'amplitude $0,5 \text{ m}$ et de fréquence 100 Hz .

La masse linéaire de la corde tendue avec une force de 10 N est $0,1 \text{ kg/m}$.

1. Calculer la longueur d'onde de la vibration qui se propage le long de la corde.
2. Ecrire l'équation du mouvement d'un point M de la corde situé à une distance x de la source.
AN : $x = 0,325 \text{ m}$. Comparer le mouvement de ce point à celui de la source.
3. Calculer la vitesse maximale d'un point vibrant de la corde.
Rep : $0,1 \text{ m}$; $a \sin(\omega t - \pi/2)$; $3,14 \text{ m/s}$.

EXERCICE "D" 1984



$$y_A = 5 \cdot 10^{-3} \sin 100\pi t$$

$$V = 10 \text{ m/s}$$

① a. Abscisses des pts qui vibrent en phase avec A

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \Leftrightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{0 + 2k\pi}{2\pi}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = k \Leftrightarrow \Delta x = k\lambda$$

$$\Leftrightarrow x_M - x_A = k \cdot V T$$

$$\Leftrightarrow x_M - 0 = k \frac{V}{N}$$

$$\Leftrightarrow x_M = \frac{k \cdot 10}{50}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_M = 0,2k} \text{ (en m)}$$

b. Abscisses des points qui vibrent en opposition de phase avec A.

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \Leftrightarrow \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\pi + 2k\pi}{2\pi}$$

$$\Leftrightarrow \Delta x = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_M - x_A = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_M - 0 = (2k+1) \frac{V T}{2}$$

$$\Leftrightarrow x_M = (2k+1) \frac{V}{2N}$$

$$\Leftrightarrow x_M = (2k+1) \frac{10}{2 \cdot 50}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_M = 0,1(2k+1)} \text{ (en m)}$$

② Date à laquelle le point N commence à vibrer

$$d = 30 \text{ cm}$$

$$\theta = \frac{d}{V} \Leftrightarrow \theta = \frac{30 \cdot 10^{-2}}{10}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\theta = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}}$$

Représentation du movt de M

$$y_N = a \sin \omega(t - \theta)$$

$$y_N = a \sin(\omega t - \omega \theta)$$

$$y_N = a \sin(\omega t - 2\pi N \theta)$$

$$y_N = a \sin(\omega t - 100\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2})$$

$$y_N = a \sin(\omega t - 3\pi)$$

$$y_N = a \sin(\omega t - \pi)$$

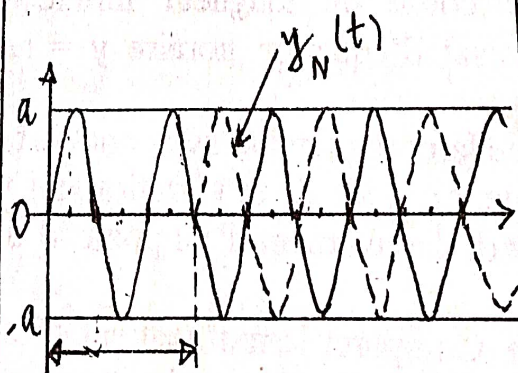
$$y_N = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \pi\right)$$

$$\bullet \frac{t}{T} = \frac{x}{\lambda} \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \frac{x}{V T}$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{T} = \frac{x N}{V} \Leftrightarrow \frac{t}{T} = \frac{30 \cdot 10^{-2} \cdot 50}{10}$$

$$\frac{t}{T} = 1,5 \Leftrightarrow t = 1,5 T$$

t	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{2T}{4}$	$\frac{3T}{4}$	$\frac{4T}{4}$
y _A	0	+a	0	-a	0



③ Aspect de la corde à l'instant t = 0,06 s

$$y(x, t) = a \sin\left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$$y(x) = a \sin(100\pi \cdot 0,06 - \frac{2\pi}{\lambda} x)$$

$$y(x) = a \sin(6\pi - \frac{2\pi}{\lambda} x)$$

$$y(x) = a \sin(-\frac{2\pi}{\lambda} x)$$

$$y(x) = -a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

• Front d'onde:

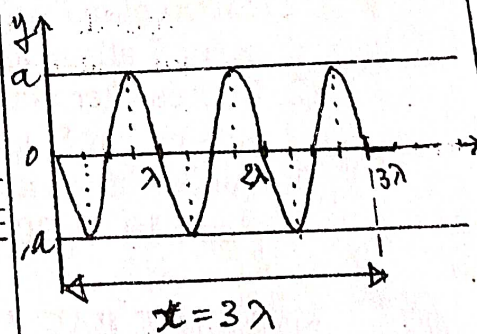
$$\frac{x}{\lambda} = \frac{t}{T} \Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = t N$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = 0,06 \cdot 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = 3 \Leftrightarrow x = 3\lambda$$

• Tableau des valeurs

x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{2\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{4}$	$\frac{4\lambda}{4}$
y	0	-a	0	a	0



EXERCICE "D" 1985

$N = 100 \text{ Hz}$; $a = 10^{-3} \text{ m}$
 $V = 0,4 \text{ m/s}$.

① Equation de la source S

S est en mvt sinusoïdal
 $y_s = a \sin(\omega t + \phi_0)$

• $a = 10^{-3} \text{ m}$

• $\omega = 2\pi N = 200\pi \text{ rad/s}$

• à $t=0$, $\begin{cases} y_s = a \sin \phi_0 = 0 \\ \dot{y}_s = a\omega \cos \phi_0 = a\omega \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin \phi_0 = 0 \\ \cos \phi_0 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \phi_0 = 0$

ccl: $y_s = 10^{-3} \sin(200\pi t)$
 (en m)

Equation nœudaire de M tel que $SM = d = 1,4 \text{ cm}$

M reproduit le mot des mais avec un retard $\theta = \frac{d}{V}$

D'où $y_M = 10^{-3} \sin(200\pi(t - \frac{d}{V}))$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-3} \sin(200\pi t - \frac{200\pi d}{V})$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-3} \sin(200\pi t - \frac{200\pi \cdot 1,4 \cdot 10^{-2}}{0,4})$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-3} \sin(200\pi t - 7\pi)$

$\Leftrightarrow y_M = 10^{-3} \sin(200\pi t - \pi)$

Comparons les mouvements des points S et M

On calcule le déphasage

$\phi_s - \phi_M = 0 - (-\pi)$

$\phi_s - \phi_M = \pi$

ccl: S et M vibrent en opposition de phase

② Représentation de l'aspect de la surface à $t_1 = 0,0350$

• $y(x, t) = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

$y(x) = a \sin(200\pi \cdot 0,035 - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

$y(x) = a \sin(7\pi - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

$y(x) = a \sin(\pi - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

• Front d'onde:

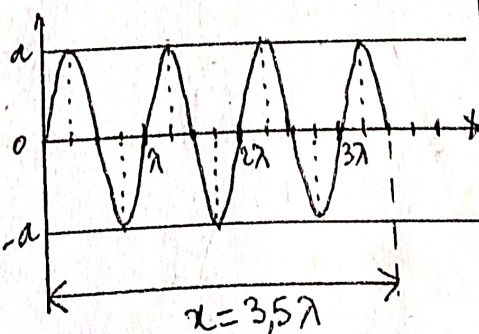
$\frac{x}{\lambda} = \frac{t_1}{T} \Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{t_1}{T}$

$\Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = 0,035 \cdot 100$

$\Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = 3,5 \Leftrightarrow x = 3,5\lambda$

• Tableau des valeurs

x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{2\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{4}$	$\frac{4\lambda}{4}$
y	0	a	0	-a	0



Aspect de la surface à l'instant $t_2 = 0,0400$

• $y(x, t) = a \sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

$y(x) = a \sin(200\pi \cdot 0,040 - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

$y(x) = a \sin(8\pi - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

$y(x) = a \sin(-\frac{2\pi}{\lambda}x)$

$y(x) = -a \sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)$

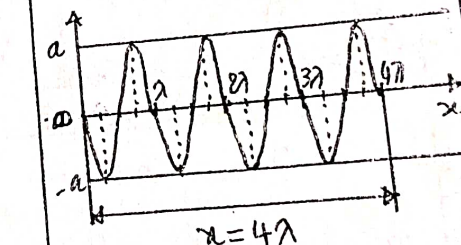
• Front d'onde:

$\frac{x}{\lambda} = \frac{t_2}{T} \Leftrightarrow \frac{x}{\lambda} = \frac{t_2}{T} \cdot N = 0,040 \cdot 100$

$\frac{x}{\lambda} = 4 \Leftrightarrow x = 4\lambda$

• Tableau des valeurs

x	0	$\frac{\lambda}{4}$	$\frac{2\lambda}{4}$	$\frac{3\lambda}{4}$	$\frac{4\lambda}{4}$
y	0	-a	0	a	0



③ Vitesse maximale d'un point

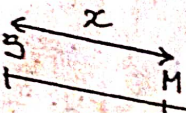
C'est la vitesse au passage par la position d'équilibre

$\dot{y}_{\max} = a\omega$

$\dot{y}_{\max} = 10^{-3} \cdot 200 \cdot 3,14$

$\dot{y}_{\max} = 0,628 \text{ m/s}$

EXERCICE "D" 1986



$$y_S = a \sin \omega t$$

$$a = 0,5 \text{ m}; N = 100 \text{ Hz}$$

$$\mu = 0,1 \text{ kg/m}; F = 10 \text{ N}$$

① Calcul de λ

$$\lambda = vT \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{N}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$\text{AN: } \lambda = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{10}{0,1}}$$

$$\lambda = 0,1 \text{ m}$$

② Equation horaire de M tel que $SM = x = 0,325 \text{ m}$

$$y_S = a \sin \omega t$$

M reproduit le mot de S
mais avec un retard

$$t = \frac{x}{v} \text{ . Donc}$$

$$y_M = a \sin \left(\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right)$$

$$y_M = 0,5 \sin \left(\omega t - \frac{\omega x}{v} \right)$$

$$y_M = 0,5 \sin \left(200\pi t - \frac{200\pi \cdot 0,325}{10} \right)$$

$$y_M = 0,5 \sin (200\pi t - 6,5\pi)$$

$$y_M = 0,5 \sin (200\pi t - 6\pi - 0,5\pi)$$

$$y_M = 0,5 \sin \left(200\pi t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Comparaison des mots des points S et M.

On calcule le déphasage

$$\varphi_S - \varphi_M = 0 - \left(-\frac{\pi}{2} \right)$$

$$\varphi_S - \varphi_M = \frac{\pi}{2}$$

concl: S est en quadra-
ture avance sur M

③ Vitesse maximale d'un point de la corde

$$\dot{y} = a\omega \Leftrightarrow \dot{y}_m = a \cdot 2\pi N$$

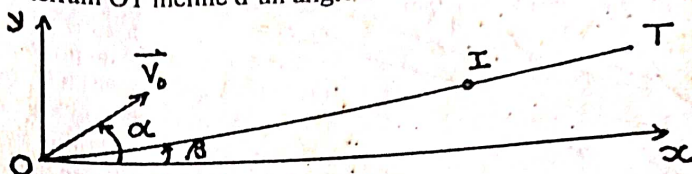
$$\dot{y}_m = 0,5 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 100$$

$$\dot{y}_m = 314 \text{ m/s}$$

Exercice 6

Un projectile ponctuel S de masse $m = 10\text{ kg}$ est lancé à la date $t = 0$ d'un point O avec une vitesse ($V_0 = 40\text{ m/s}$), faisant un angle $\alpha = 60^\circ$ par rapport à l'horizontal Ox, on néglige tous les frottements. Données $g = 9,80\text{ m/s}^2$. Le tir atteint le terrain OT incliné d'un angle $\beta = 20^\circ$ en un point I.

- 1- Calculer les coordonnées de I
- 2- Calculer la date d'arrivée en I
- 3- Déterminer la vitesse V_1



Exercice 7

Un mobile parcourt une côte inclinée d'un angle $\alpha = 40^\circ$ sur l'horizontale. Au sommet O de cette côte, sa vitesse a pour valeur $V_0 = 12\text{ m/s}$.

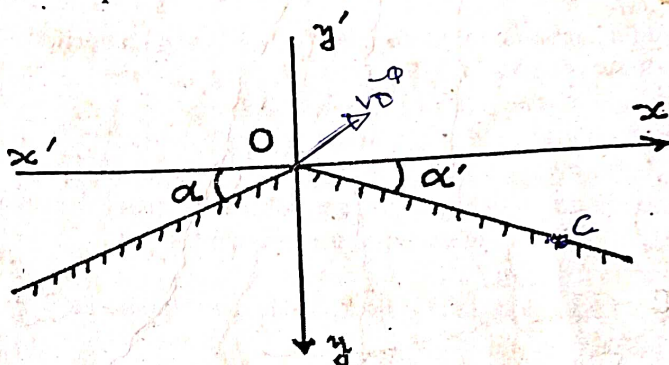
Après le point O se présente une descente inclinée d'un angle $\alpha' = 45^\circ$ sur l'horizontale.

Le mobile accomplit un saut et reprend contact avec la piste en un point C.

Déterminer :

- 1- L'équation de la trajectoire correspondant au saut du mobile.
- 2- Les coordonnées du point C
- 3- La longueur OC
- 4- La durée du saut

On prendra $g = 10\text{ m/s}^2$;
masse du mobile : $m = 80\text{ kg}$



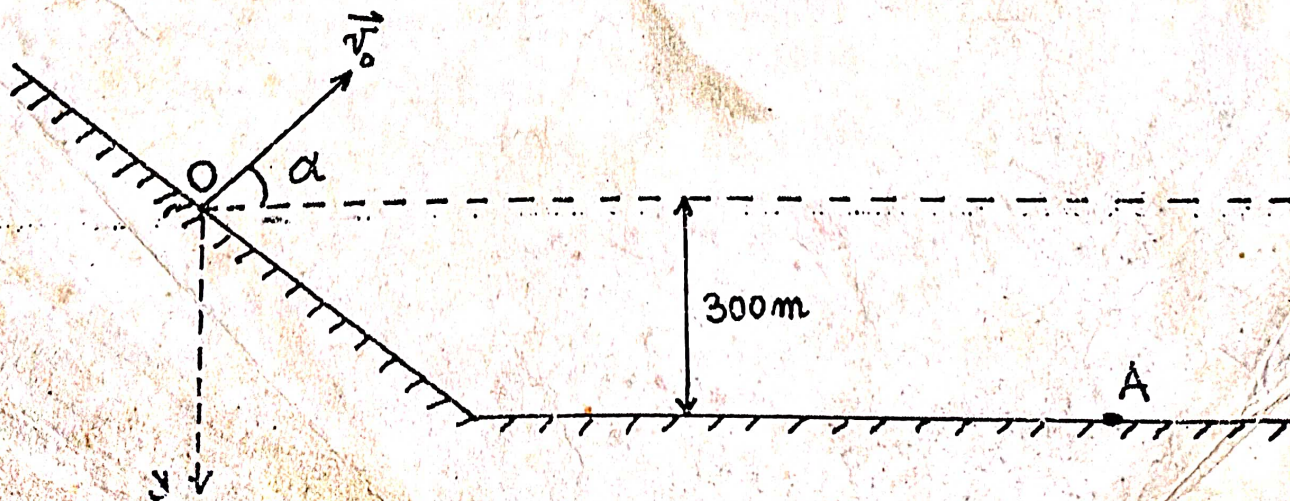
Exercice 8

Un canon placé en O dans une région montagneuse, tire les obus sur une cible A placée à 300m en contrebas (figure)

Les obus que l'on assimilera à des points matériels sont émis en O avec une vitesse V_0 faisant avec l'axe Ox un angle $\alpha = 15^\circ$ et dont la valeur est $V_0 = 400\text{ cm/s}$.

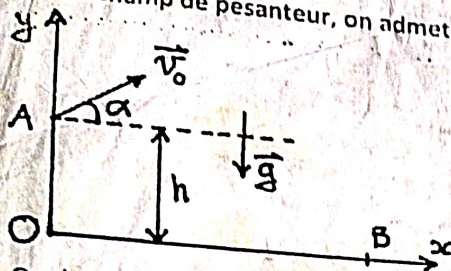
Pour toutes les questions la résistance de l'air sera considérée comme négligeable. L'intensité de la pesanteur est $g = 9,8\text{ N/kg}$. L'axe Ox est horizontal, l'axe Oy est vertical.

1. Énoncez le théorème de l'énergie cinétique. Utilisez ce théorème pour calculer la valeur de la vitesse d'un obus à son arrivée au point cible A
2. Établissez dans le système d'axe Oxy (repère galiléen) l'équation littérale de la trajectoire d'un obus.
3. Quelle est l'abscisse x_A du point cible A.



EXERCICE 9 :

Dans un champ de pesanteur, on admet que tout point matériel est soumis à une accélération \vec{a} . D'un point A situé à une hauteur h au dessus du sol horizontal, on lance un projectile avec une vitesse \vec{V}_0 qui forme un angle α avec l'horizontale.



1. En utilisant la relation fondamentale de la dynamique :
 - a. Exprimer le vecteur \vec{a} en fonction de \vec{g}
 - b. Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du projectile.

On donne : $\alpha = 30^\circ$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $h = 2 \text{ m}$ et $OB = 3 \text{ m}$.

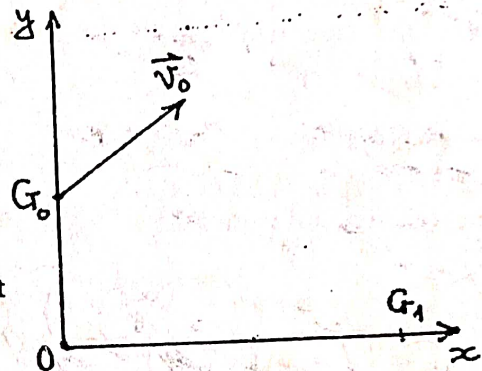
EXERCICE 10 :

On étudie l'action d'un lanceur de "poids". On peut décrire cette action dans les termes suivants :

- Le lanceur projette une masse $M = 7,26 \text{ Kg}$
- Lorsque la masse quitte la main du lanceur :
 - le centre d'inertie M se trouve en G_0 , à $2,3 \text{ m}$ du sol ;
 - son vecteur vitesse \vec{V}_0 fait un angle $\alpha = 42^\circ$ avec l'horizontal
- Lorsque le poids arrive au sol, son centre d'inertie se trouve en G_1 , à $21,8 \text{ m}$ de la verticale passant par G_0 .

On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$.

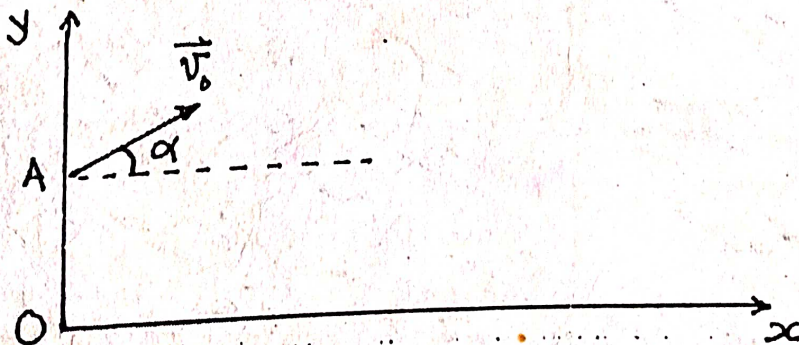
1. Etablir l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G de la masse.
2. En déduire la valeur de \vec{V}_0 et calculer la durée du mouvement du "poids"
3. Donner les caractéristiques de \vec{V} en G_1 (point de chute)



EXERCICE 11 :

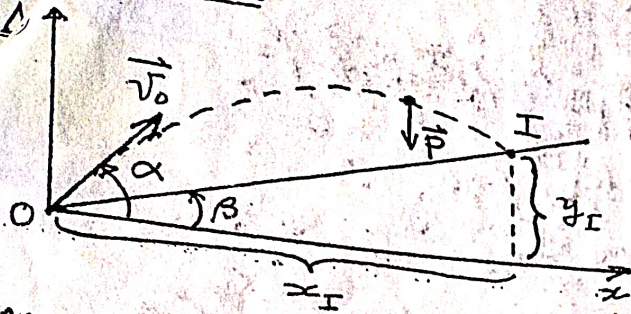
Un projectile est tiré sous un angle $\alpha = 45^\circ$ d'un sommet A de 100 m de hauteur, dominant un sol horizontal; à la vitesse initiale de 400 m/s .

1. Déterminer l'équation de la trajectoire du projectile
 2. Calculer l'abscisse du lieu où le projectile touche le sol.
 3. Calculer la durée du mouvement du projectile
 4. Déterminer le temps mis par le projectile pour atteindre le sommet.
- Quelle est la hauteur maximale atteinte par le projectile ?
- On prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$



EXERCICE 6

4.



$$m = 10 \text{ kg}; v_0 = 40 \text{ m/s}; \alpha = 60^\circ$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2; \beta = 20^\circ$$

① Calculons les coordonnées de I

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Système: projectile de masse m
- Référentiel: T.S.G
- Bilan des forces: \vec{P}
- T.C.I: $\vec{P} = m\vec{a}$
- Projection sur les axes du mot.

$$0 = m a_x \Rightarrow a_x = 0 \text{ (m.r.u sur } OX)$$

$$-mg = m a_y \Rightarrow a_y = -g \text{ (m.r.u.v sur } OY)$$

- Vecteur position \vec{OM} :

$$\begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases} \text{ soit}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}; \text{ d'où}$$

$$y = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)$$

$$\text{Soit } y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

- Pour le point d'impact I:

$$y_I = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_I^2 + x_I \tan \alpha$$

$$\text{Or } \tan \beta = \frac{y_I}{x_I} \Rightarrow y_I = x_I \tan \beta; \text{ d'où}$$

$$x_I \tan \beta = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_I^2 + x_I \tan \alpha$$

$$\Leftrightarrow \tan \beta = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_I + \tan \alpha$$

$$\Leftrightarrow \frac{g x_I}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = \tan \alpha - \tan \beta$$

$$\Leftrightarrow x_I = \frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha (\tan \alpha - \tan \beta)}{g}$$

$$y_I = x_I \tan \beta$$

$$I \begin{cases} x_I = 111,83 \text{ m} \\ y_I = 40,25 \text{ m} \end{cases}$$

② Date d'arrivée en I.

Equations horaires:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

$$x_I = v_0 \cos \alpha \cdot t_I; \text{ on tire}$$

$$t_I = \frac{x_I}{v_0 \cos \alpha}$$

$$t_I = 5,6 \text{ s}$$

③ Détermination de la vitesse v_I

Appliquons T.E.C entre O et I:

$$\frac{1}{2}mv_I^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W(\vec{P})_{O \rightarrow I}$$

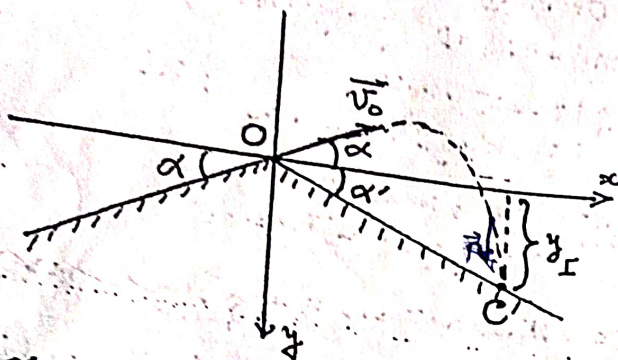
$$\frac{1}{2}mv_I^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mgh_I$$

$$v_I^2 - v_0^2 = -2gh_I$$

$$v_I = \sqrt{v_0^2 - 2gh_I}$$

$$v_I = 28,47 \text{ m/s}$$

EXERCICE 7



$$\alpha = 40^\circ ; v_0 = 12 \text{ m/s} ; \alpha' = 45^\circ$$

① Equation de la trajectoire du projectile

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = -v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Système: mobile de masse m
- Référentiel: T.S.G
- Bilan des forces extérieures: \vec{P}
- T.C.I: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$; $\vec{P} = m\vec{a}$
- Projection sur les axes:
 - $0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0$ (m.r.u sur ox)
 - $mg = ma_y \Rightarrow a_y = +g$ (m.r.u.v sur oy)

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}at^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases} \text{ soit}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0 \sin \alpha t \end{cases}$$

$$x = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} ; \text{ d'où}$$

$$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 - v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)$$

$$\text{soit } y = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 - x \tan \alpha$$

② Coordonnées du point d'impact C

$$y_c = \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_c^2 - x_c \tan \alpha$$

$$\text{Or } \tan \alpha' = \frac{y_c}{x_c} ; \text{ on tire } y_c = x_c \tan \alpha'$$

$$\text{D'où } x_c \tan \alpha' = \frac{g x_c^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - x_c \tan \alpha$$

$$\Leftrightarrow \tan \alpha' = \frac{g x_c}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - \tan \alpha$$

$$\Leftrightarrow \tan \alpha' + \tan \alpha = \frac{g x_c}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$C \begin{cases} x_c = \frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha (\tan \alpha' + \tan \alpha)}{g} \\ y_c = x_c \tan \alpha' \end{cases}$$

$$C \begin{cases} x_c = 16,9 \text{ m} \\ y_c = 16,9 \text{ m} \end{cases}$$

③ Longueur OC du saut

$$\sin \alpha' = \frac{y_I}{OC} \Rightarrow OC = \frac{y_I}{\sin \alpha'}$$

$$OC = 23,9 \text{ m}$$

$$2^{\text{eme}} \text{ methode: } OC = \sqrt{x_I^2 + y_I^2}$$

④ Durée du saut

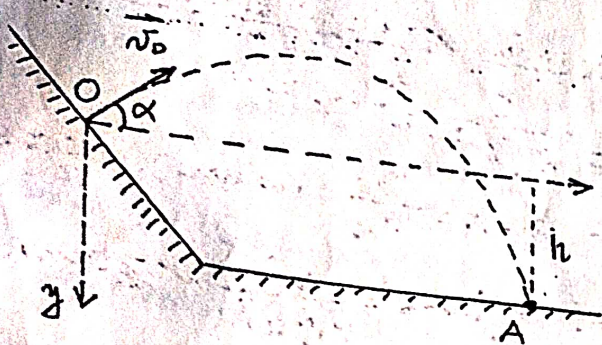
Equations horaires:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

$$x_c = v_0 \cos \alpha \cdot t_c ; \text{ on tire}$$

$$t_c = \frac{x_c}{v_0 \cos \alpha} ; t_c = 1,83 \text{ s}$$

EXERCICE 8



$$\alpha = 15^\circ; v_0 = 40 \text{ m/s}; h = 300 \text{ m}$$

① Théorème de l'énergie cinétique

La variation de l'énergie cinétique entre deux instants est égale à la somme des travaux des forces extérieures

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}})$$

Calcul de la vitesse v_A

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = W(\vec{P})_{O \rightarrow A}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h_A$$

$$v_A^2 - v_0^2 = 2 g h_A$$

$$v_A = \sqrt{v_0^2 + 2 g h_A}; v_A = 76,78 \text{ m/s}$$

② Établissons l'équation de la trajectoire

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = -v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Système: obus de masse m

- Référentiel: T.S.G.

- Bilan: \vec{P}

- T.C.I: $\vec{P} = m \vec{a}$

- Projection sur les axes:

$$\begin{cases} 0 = m a_x \Rightarrow a_x = 0 \text{ (m.r.u sur } O x) \\ m g = m a_y \Rightarrow a_y = g \text{ (m.r.u.v sur } O y) \end{cases}$$

$$\vec{OM} \mid \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 \end{cases}; \text{ soit}$$

$$\vec{OM} \mid \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 - v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}; \text{ d'où}$$

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 - v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right); \text{ soit}$$

$$y = \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 - x \tan \alpha$$

③ Abscisse du point cible A

$$y_A = \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x_A^2 - x_A \tan \alpha$$

$$\Leftrightarrow 300 = \frac{9,8}{2 \cdot 16 \cdot \cos^2 15} x_A^2 - x_A \tan 15$$

$$\Leftrightarrow 300 = 0,32 x_A^2 - 0,26 x_A$$

$$\Leftrightarrow 0,32 x_A^2 - 0,23 x_A - 300 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (0,23)^2 - 4(0,32)(-300)$$

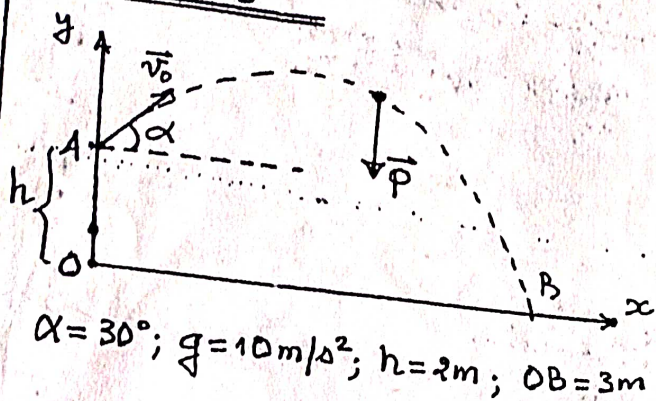
$$\Delta = 384,0525$$

$$x_A' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{0,23 + 19,59}{2 \cdot 0,32} = 31 \text{ m} > 0$$

$$x_A'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{0,23 - 19,59}{2 \cdot 0,32} < 0$$

$$\text{c.c.p: } x_A = 31 \text{ m}$$

EXERCICE 9



① a. Exprimons \vec{a} en fonction de \vec{g} .

- Système: projectile de masse m
- Référentiel: T. S. G
- Bilan des forces extérieures: \vec{P}
- T.C.I: $\vec{P} = m\vec{a}$
- Projection sur les axes:

$$\begin{cases} 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \text{ (m.r.u sur } Ox) \\ -mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g \text{ (m.r.u.v sur } Oy) \end{cases}$$

Ccl: $\vec{a} \mid a_x = 0, a_y = -g$ soit $\boxed{\vec{a} = -g\vec{J}}$

b. Établissons l'éq. de la trajectoire.

$$\overrightarrow{OM} \mid \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

Or, $\vec{a} \mid t=0$ A $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}; \vec{v}_0 \mid \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$

D'où $\overrightarrow{OM} \mid \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t + h \end{cases}$

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)$$

$$\boxed{y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h}$$

② Calculons la vitesse v_0

$$y_B = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 + x_B \tan \alpha + h$$

B $\begin{cases} x_B = OB = 3 \text{ m} \\ y_B = 0 \text{ (B est sur } Ox) \end{cases}$; d'où

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} OB^2 + OB \tan \alpha + h$$

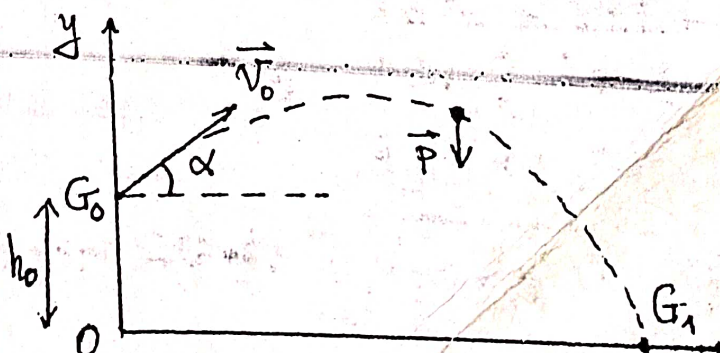
$$\Leftrightarrow \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} OB^2 = OB \tan \alpha + h$$

$$\Leftrightarrow g OB^2 = 2v_0^2 \cos^2 \alpha (OB \tan \alpha + h)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v_0 = \sqrt{\frac{g OB^2}{2 \cos^2 \alpha (OB \tan \alpha + h)}}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v_0 = 4 \text{ m/s}}$$

EXERCICE 10



$M = 7,26 \text{ kg}$; $h_0 = 2,3 \text{ m}$; $\alpha = 42^\circ$

$OG_1 = 21,8 \text{ m}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$

① Equation de la trajectoire

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = h_0 = 2,3 \text{ m} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

En adoptant la même démarche que dans l'exercice précédent, on

trouve
$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h_0$$

② Deduction de la valeur de \vec{v}_0

$$y_{G_1} = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_{G_1}^2 + x_{G_1} \tan \alpha + h_0$$

Or $x_{G_1} = OG_1$ et $y_{G_1} = 0$; d'où

$$0 = -\frac{g OG_1^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + OG_1 \tan \alpha + h_0$$

$$\frac{g OG_1^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = OG_1 \tan \alpha + h_0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g OG_1^2}{2 \cos^2 \alpha (OG_1 \tan \alpha + h_0)}}$$

$$v_0 = 14 \text{ m/s}$$

③ Caractéristiques de \vec{v} en G_1

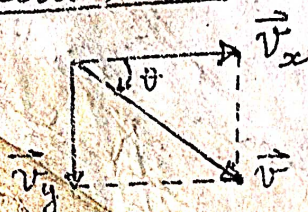
* Module de \vec{v}

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h_0$$

$$\Leftrightarrow v^2 - v_0^2 = 2 g h_0$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 g h_0} \quad v = 15,55 \text{ m/s}$$

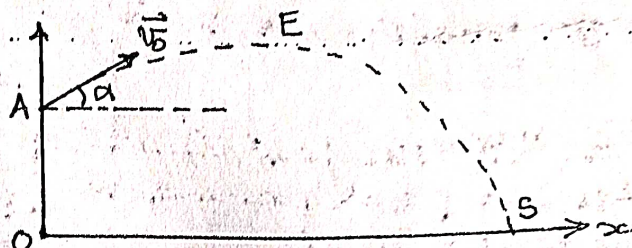
* Direction de \vec{v}



$$\cos \theta = \frac{v_x}{v} \Leftrightarrow \cos \theta = \frac{v_0 \cos \alpha}{v}$$

$$\cos \theta = \frac{14 \cos 42}{15,55} \Rightarrow \boxed{\theta = 48^\circ}$$

EXERCICE 11



$$\alpha = 45^\circ ; h_0 = 100 \text{ m} ; v_0 = 400 \text{ m/s}$$

① Equation de la trajectoire

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h_0$$

② Abscisse du point d'impact S

$$y_S = -\frac{g x_S^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x_S \tan \alpha + h_0$$

$$0 = -\frac{10}{2 \cdot 160000 \cdot \frac{2}{4}} x_S^2 + x_S + 100$$

$$6,25 \cdot 10^{-5} x_S^2 - x_S - 100 = 0$$

Il suffit donc de résoudre cette équation du 2nd degré et considérer la solution positive.

③ Durée du mvt du projectile

eq. horaires: $\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t + h_0 \end{cases}$

$$x_S = v_0 \cos \alpha \cdot t_S \Rightarrow \boxed{t_S = \frac{x_S}{v_0 \cos \alpha}}$$

④ Durée de la montée

Elle s'obtient en annulant la vitesse v_y

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}}$$

Au sommet B, la vitesse verticale v_y s'annule.

$$x_0 = 0$$

$$y_0 = h_0 = 2,3 \text{ m} ; \vec{v}_0 \left\{ \begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{array} \right.$$

En adoptant la même démarche que dans l'exercice précédent, on

trouve
$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h_0$$

② Deduction de la valeur de \vec{v}_0

$$y_{G_1} = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_{G_1}^2 + x_{G_1} \tan \alpha + h_0$$

Or $x_{G_1} = OG_1$ et $y_{G_1} = 0$; d'où

$$0 = -\frac{g OG_1^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + OG_1 \tan \alpha + h_0$$

$$\frac{g OG_1^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = OG_1 \tan \alpha + h_0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g OG_1^2}{2 \cos^2 \alpha (OG_1 \tan \alpha + h_0)}}$$

$$v_0 = 14 \text{ m/s}$$

③ Caractéristiques de \vec{V} en G_1

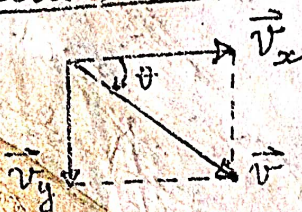
* Module de \vec{V}

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h_0$$

$$\Leftrightarrow v^2 - v_0^2 = 2 g h_0$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 g h_0} \quad v = 15,55 \text{ m/s}$$

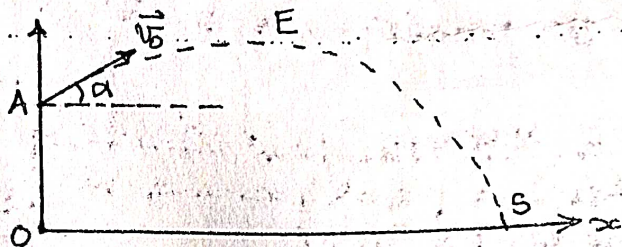
* Direction de \vec{V}



$$\cos \theta = \frac{v_x}{v} \Leftrightarrow \cos \theta = \frac{v_0 \cos \alpha}{v}$$

$$\cos \theta = \frac{14 \cos 42}{15,55} \Rightarrow \boxed{\theta = 48^\circ}$$

EXERCICE 11



$$\alpha = 45^\circ ; h_0 = 100 \text{ m} ; v_0 = 400 \text{ m/s}$$

① Equation de la trajectoire

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h_0$$

② Abscisse du point d'impact S

$$y_S = -\frac{g x_S^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + x_S \tan \alpha + h_0$$

$$0 = -\frac{10}{2 \cdot 160000 \cdot \frac{2}{4}} x_S^2 + x_S + 100$$

$$6,25 \cdot 10^{-5} x_S^2 - x_S - 100 = 0$$

Il suffit donc de résoudre cette équation du 2nd degré et considérer la solution positive.

③ Durée du mvt du projectile

eq. horaires: $\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + h_0 \end{cases}$

$$x_S = v_0 \cos \alpha \cdot t_S \Rightarrow \boxed{t_S = \frac{x_S}{v_0 \cos \alpha}}$$

④ Durée de la montée

Elle s'obtient en annulant la vitesse v_y

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -gt + v_0 \sin \alpha = 0 \Rightarrow \boxed{t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}}$$

Au sommet B, la vitesse verticale v_y s'annule.

Hauteur maximes : $R \cdot I \cdot T$ au O.V. : $0 = v_0^2 \sin^2 \alpha - 2g (h_m - h_0)$
 $v_{0y}^2 - v_{0y}^2 = 2 \cdot g (h_m - h_0) \Rightarrow h_m - h_0 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \Rightarrow h_m = h_0 + \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$

EXERCICE 16

Deux trains T1 et T2 de longueurs respectives $L_1=150m$ et $L_2=200m$ roulent sur deux voies parallèles ; T1 a une vitesse constante de $v_1=60km/h$ et T2 a une vitesse constante de $90 km/h$

1. Les deux trains roulent en sens contraire ; quelle est la durée du croisement ? Quelle est alors la distance parcourue par chaque train
2. Même question lorsque les trains roulent dans le même sens.

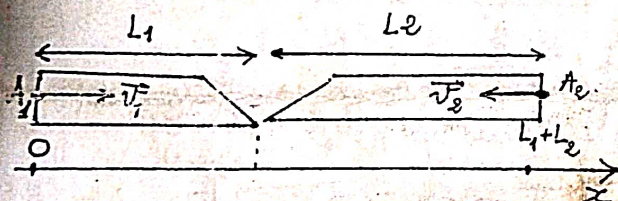
Rep :

SOLUTION

T1: $L_1=150m$; $V_1=16,66 m/s$

T2: $L_2=200m$; $V_2=25 m/s$

① Durée du croisement lorsque T1 et T2 roulent en sens contraire.



Origine des espaces : le point A

Origine des temps : début du croisement

* A_1 est en m.r.u. de le sens \oplus :

$$x_1 = v_1 t + x_{01} ; \text{ soit } x_1 = v_1 t$$

* A_2 est en m.r.u. de le sens \ominus :

$$x_2 = -v_2 t + x_{02} ; \text{ soit } x_2 = -v_2 t + L_1 + L_2$$

* le croisement cesse quand $x_1 = x_2$

$$\Leftrightarrow v_1 t = -v_2 t + L_1 + L_2 \Leftrightarrow (v_1 + v_2) t = L_1 + L_2$$

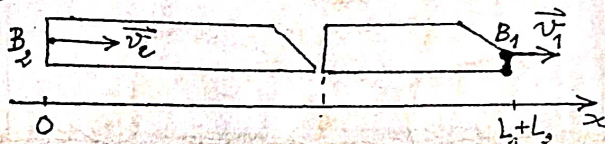
Soit $t = \frac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2} \quad t = 8,4s$

Distance parcourue par chaque train

$$d_1 = v_1 t ; d_1 = 16,66 \cdot 8,4 ; \quad d_1 = 140m$$

$$d_2 = v_2 t ; d_2 = 25 \cdot 8,4 ; \quad d_2 = 210m$$

② T1 et T2 roulent dans le même sens



Origine des espaces : le point B1

Origine des temps : début du croisement

$$* \text{ Pour le point B1 : } x_1 = v_1 t + L_1 + L_2$$

$$* \text{ Pour le point B2 : } x_2 = v_2 t$$

$$* \text{ A la fin du croisement } x_1 = x_2$$

$$\Leftrightarrow v_1 t + L_1 + L_2 = v_2 t \Leftrightarrow (v_2 - v_1) t = L_1 + L_2$$

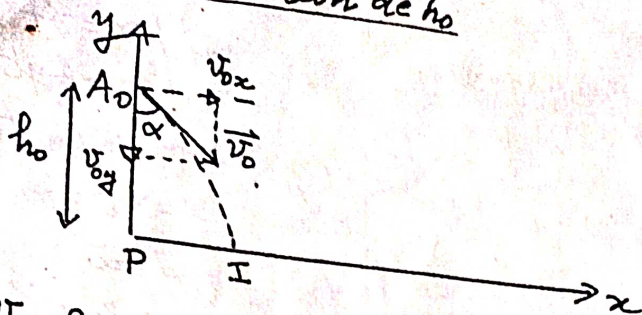
On tire $t = \frac{L_1 + L_2}{v_2 - v_1} \quad t = 42s$

Distance parcourue par chaque train

$$T1: d_1 = v_1 t ; d_1 = 16,66 \cdot 42 ; \quad d_1 = 700m$$

$$T2: d_2 = v_2 t ; d_2 = 25 \cdot 42 ; \quad d_2 = 1050m$$

④ Détermination de h_0



$$v_0 = 200 \text{ m/s}; \alpha = 10^\circ; x_I < 100 \text{ m}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}at^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

$$\text{Or à } t=0, A_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \sin \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\text{D'où } \vec{OM} \begin{cases} x = v_0 \sin \alpha \cdot t & (1) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 \cos \alpha \cdot t + h_0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad x = v_0 \sin \alpha \cdot t; \text{ On tire } t = \frac{x}{v_0 \sin \alpha}$$

$$\text{d'où } y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \sin \alpha}\right)^2 - v_0 \cos \alpha \left(\frac{x}{v_0 \sin \alpha}\right) + h_0$$

$$\text{Soit } y = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x^2 - x \cot \alpha + h_0$$

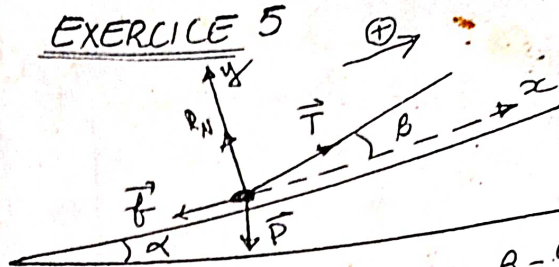
$$\Leftrightarrow y_I = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 - x_I \cot \alpha + h_0$$

$$\Leftrightarrow 0 = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 - x_I \cot \alpha + h_0$$

$$(y_I = 0 \text{ car } I \in Ox)$$

$$\Leftrightarrow h_0 = \frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 + x_I \cot \alpha$$

EXERCICE 5



$$P = 800 \text{ N}; \alpha = 30^\circ; f = 80 \text{ N}; \beta = 45^\circ$$

$$v = \text{cte} \Rightarrow M \cdot R \cdot U$$

Norme de la tension T .

- Système : skieur de masse m

- Référentiel : T.S.G

- Bilan des forces : $\vec{P}, \vec{R}_N, \vec{f}, \vec{T}$

- Principe d'inertie : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$

- Projection suivant Ox :

$$-mg \sin \alpha + 0 - f + T \cos \beta = 0$$

$$\text{On tire } T = \frac{P \sin \alpha + f}{\cos \beta}$$

$$\text{AN: } T = \frac{800 \cdot \sin 30 + 80}{\cos 45}$$

$$T = 678,9 \text{ N}$$

Norme de la réaction normale R_N

Projetons maintenant sur Oy

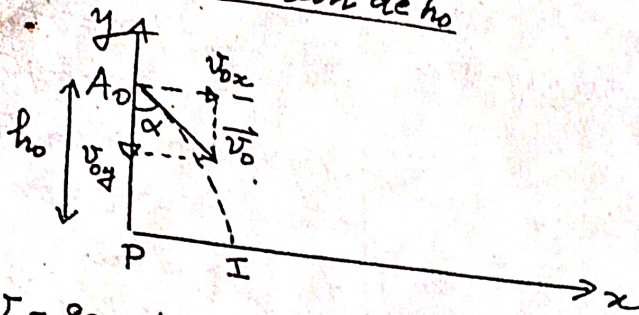
$$-mg \cos \alpha + R_N + 0 + T \sin \beta = 0$$

$$\text{On tire } R_N = P \cos \alpha - T \sin \beta$$

$$\text{AN: } R_N = 800 \cos 30 - 678,9 \sin 45$$

$$R_N = 212,8 \text{ N}$$

④ Détermination de h_0



$$v_0 = 200 \text{ m/s}; \alpha = 10^\circ; x_I < 100 \text{ m}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}at^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

$$\text{Or à } t=0, A_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \sin \alpha \\ v_{0y} = -v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\text{D'où } \vec{OM} \begin{cases} x = v_0 \sin \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 \cos \alpha \cdot t + h_0 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$(1) \quad x = v_0 \sin \alpha \cdot t; \text{ On tire } t = \frac{x}{v_0 \sin \alpha}$$

$$\text{d'où } y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \sin \alpha}\right)^2 - v_0 \cos \alpha \left(\frac{x}{v_0 \sin \alpha}\right) + h_0$$

$$\text{Soit } y = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x^2 - x \cot \alpha + h_0$$

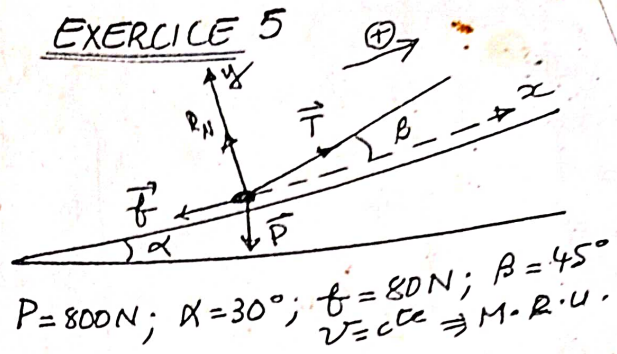
$$\Leftrightarrow y_I = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 - x_I \cot \alpha + h_0$$

$$\Leftrightarrow 0 = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 - x_I \cot \alpha + h_0$$

$$(y_I = 0 \text{ car } I \in Ox)$$

$$\Leftrightarrow h_0 = \frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 + x_I \cot \alpha$$

EXERCICE 5



$$P = 800 \text{ N}; \alpha = 30^\circ; f = 80 \text{ N}; \beta = 45^\circ$$

$$v = cte \Rightarrow M.R.U.$$

Norme de la tension T :

- Système: skieur de masse m

- Référentiel: T.S.G

- Bilan des forces: $\vec{P}, \vec{R}_N, \vec{f}, \vec{T}$

- Principe d'inertie: $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$

- Projection suivant Ox :

$$-mg \sin \alpha + 0 - f + T \cos \beta = 0$$

$$\text{On tire } T = \frac{P \sin \alpha + f}{\cos \beta}$$

$$\text{AN: } T = \frac{800 \cdot \sin 30 + 80}{\cos 45}$$

$$T = 678,9 \text{ N}$$

Norme de la réaction normale R_N

Projetons maintenant sur Oy :

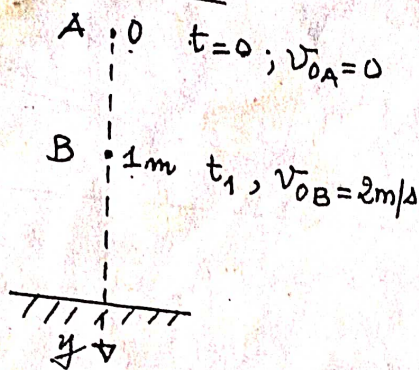
$$-mg \cos \alpha + R_N + 0 + T \sin \beta = 0$$

$$\text{On tire } R_N = P \cos \alpha - T \sin \beta$$

$$\text{AN: } R_N = 800 \cos 30 - 678,9 \sin 45$$

$$R_N = 212,8 \text{ N}$$

EXERCICE 3



① Equation du mot de A

m.r.u.v: $a = g$.

$$y_A = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0A}t + y_{0A}$$

Or à $t=0$, $v_{0A}=0$; $y_{0A}=0$

D'où $y_A = \frac{1}{2}gt^2$; soit

$$y_A = 5t^2$$

Equation du mot de B

m.r.u.v: $a = g$

Décalage horaire:

t_1 qd A a parcouru

$$y_A = 0,8 \Leftrightarrow 5t_1^2 = 0,8$$

$$\Leftrightarrow t_1^2 = \frac{0,8}{5} \Leftrightarrow t_1 = 0,4 = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow y_B = \frac{1}{2}g(t-t_1)^2 + v_{0B}(t-t_1) + y_{0B}$$

$$y_B = 5(t - \frac{2}{5})^2 + 2(t - \frac{2}{5}) + 1$$

$$y_B = 5(t^2 - \frac{4}{5}t + \frac{4}{25}) + 2t - \frac{4}{5} + 1$$

$$y_B = 5t^2 - 4t + \frac{4}{5} + 2t + \frac{1}{5}$$

$$y_B = 5t^2 - 2t + 1$$

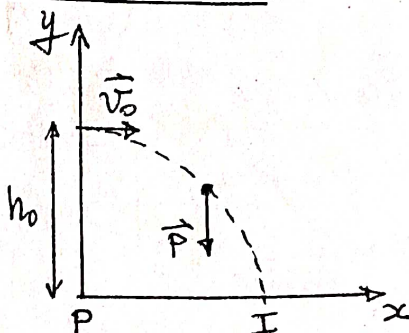
② Instant de rencontre

$$y_R = y_A = y_B$$

$$\Leftrightarrow 5t_R^2 = 5t_R^2 - 2t_R + 1$$

$$\Leftrightarrow 2t_R = 1 \Leftrightarrow t_R = 0,5s$$

EXERCICE 4



$h_0 = 2500m$; $v = 200m/s$

① Trajectoire de la bombe.

- Système: bombe de masse m

- Référentiel: T.S.G.

- Bilan: \vec{P}

- T.C.I: $\vec{P} = m\vec{a}$

- Projection sur les axes:

$$\vec{P} \perp O_x \Rightarrow 0 = m a_x \Rightarrow a_x = 0,$$

$$\vec{P} \parallel O_y \Rightarrow -mg = m a_y \Rightarrow a_y = -g$$

$$- \vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

Or à $t=0$,

$$A_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

$$\text{D'où } \vec{OM} \begin{cases} x = vt \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + h_0 \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire: $x = vt$; on tire

$t = \frac{x}{v}$; d'où

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v}\right)^2 + h_0; \text{ soit}$$

$$y = -\frac{g}{2v^2}x^2 + h_0$$

ccl: La trajectoire de la bombe est une portion de parabole car son equation est du second degré.

② Durée du mot

le point d'impact I étant sur l'axe Ox , son ordonnée est donc nulle. $y_I = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt_I^2 + h_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}gt_I^2 = h_0 \Leftrightarrow gt_I^2 = 2h_0$$

$$\Leftrightarrow t_I^2 = \frac{2h_0}{g} \Leftrightarrow t_I = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

$$\text{AN: } t_I = \sqrt{\frac{2 \cdot 2500}{10}}; t_I = 22,36$$

③ Distance horizontale P.

$$x_I = vt_I$$

$$x_I = 200 \cdot 22,36$$

$$x_I = 4472m$$

EXO BAC "D" SUR LES PROJECTILES

EXERCICE 3 : BAC "D" 1994

Deux billes A et B, assimilables à des points matériels sont disposées sur une même verticale à 1 m l'une de l'autre ; A au dessus de B. A l'instant $t = 0$, on lâche A sans vitesse initiale. Quand A a parcouru 0,8 m, on lance B vers le bas avec une vitesse de 2 m/s.

1. Ecrire les équations des mouvements de A et B en prenant pour origine des espaces le point de départ de A et pour origine des temps le moment de ce départ.
2. A quel instant aura lieu la rencontre entre A et B ?
On prendra : $g = 10 \text{ m/s}^2$

Exercice 4 : Bac "D" 1996

Un avion en vol horizontal, à l'altitude de 2500 m lâche une bombe en passant à la verticale d'un point P situé sur le sol horizontal. L'avion a une vitesse de 720 km/h qu'il conserve après avoir lâché la bombe.

1. Quelle est la trajectoire de la bombe ? Justifier.
2. Au bout de combien de temps la bombe touche-t-elle le sol ?
3. A quelle distance de P tombe-t-elle ?
4. La vitesse de l'avion est toujours de 720 km/h mais la bombe est lâchée en vol piqué, l'axe de l'avion faisant un angle de 10° avec la verticale. De quelle hauteur doit être lâchée la bombe pour qu'elle tombe dans un rayon inférieur à 100 m ?

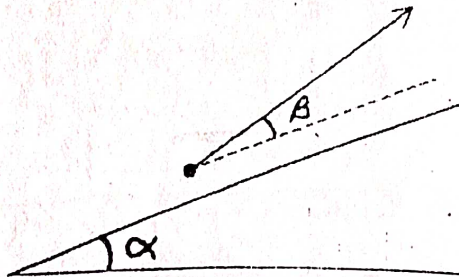
On prendra comme origine des axes du repère d'observation le point P se trouvant au sol. On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$ et on néglige la résistance de l'air.

Exercice 5

Un skieur de poids 800 N est tiré à vitesse constante le long d'une pente inclinée de 30° par rapport à l'horizontal. Les forces de frottement vaut $f = 80 \text{ N}$.

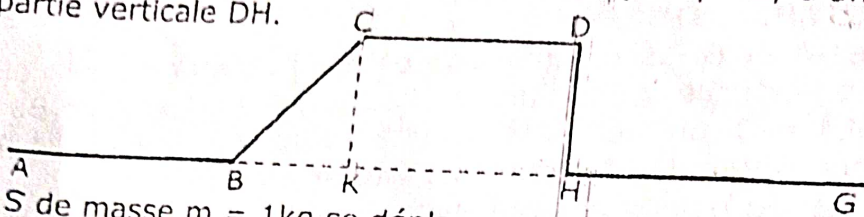
Calculer la norme de la tension de la perche qui fait $\beta = 45^\circ$ avec la direction du mouvement ainsi que celle de la réaction normale du sol.

Rep: 618, 1 N; 212,8 N



Exercice 8: (40mn)

Une piste est formée de tronçons horizontaux AB, CD, HG, d'une partie inclinée BC et d'une partie verticale DH.



Un mobile S de masse $m = 1\text{ kg}$ se déplace en translation, sans frottement sur cette piste. Il passe en B à un instant que l'on choisit comme origine des dates, avec la vitesse $V_B = 4\text{ m/s}$.

1. Etudiez le mouvement de S sur la piste BC ; déterminez son équation horaire et la vitesse acquise en C.
2. Quelle est la nature du mouvement sur la partie CD ?
3. Déterminez l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du solide lorsqu'il quitte la piste en D ; il atteint un point de HG situé dans le prolongement de AB. Calculez la durée de la chute.

Données : $g = 10\text{ m/s}^2$; $CK = 0,2\text{ m}$; $BC = 5\text{ m}$.

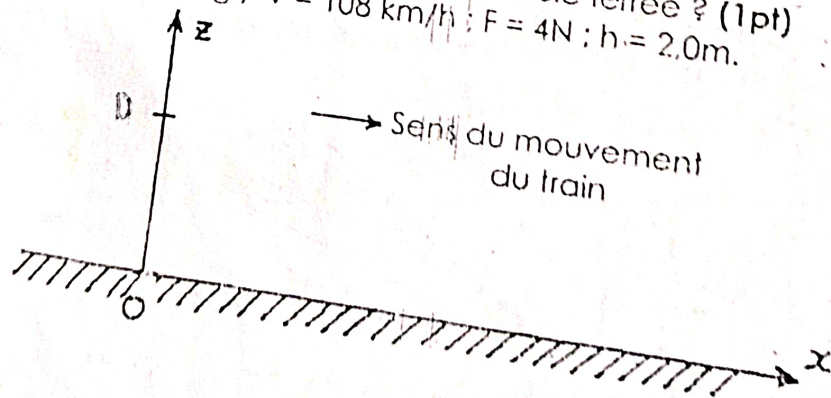
EXERCICE 9: (4points)

1. Un train roule à la vitesse constante V , sur une voie horizontale, rectiligne. Un voyageur lâche par la fenêtre, d'un point situé à la hauteur h au-dessus du sol, un objet de masse m , assimilable à un point matériel. Quel est le vecteur vitesse de l'objet par rapport au sol à l'instant du lâché ? (1pt)

2. On veut étudier le mouvement de l'objet lors de sa chute. Celui-ci a été lâché à la date $t = 0$, au point D, d'altitude h au-dessus du sol (voir figure). On représente, en première approximation, l'action de l'air sur l'objet, par une force F constante, collinéaire à la vitesse du train et de sens contraire à celle-ci. On étudie le mouvement dans le repère (Ox, Oz) de la figure. Etablir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ au mouvement de l'objet. Faire l'application numérique. (2pts)

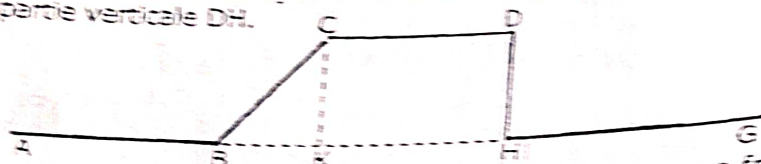
3. A quelle distance Ol de O , l'objet touchera-t-il la voie ferrée ? (1pt)

Données : $g = 10\text{ m/s}^2$; $m = 500\text{ g}$; $V = 108\text{ km/h}$; $F = 4\text{ N}$; $h = 2,0\text{ m}$.



Exercice 5: (40mn)

Une piste est formée de tronçons horizontaux AB, CD, HG, d'une partie inclinée BC et d'une partie verticale DH.



Un mobile S de masse $m = 1\text{kg}$ se déplace en translation, sans frottement sur cette piste. Il passe en B à un instant que l'on choisit comme origine des dates, avec la vitesse $V_B = 4\text{m/s}$.

1. Étudiez le mouvement de S sur la piste BC ; déterminez son équation horaire et la vitesse acquise en C.
2. Quelle est la nature du mouvement sur la partie CD ?
3. Déterminez l'équation de la trajectoire du centre d'inertie du solide lorsqu'il quitte la piste en D ; il atteint un point de HG situé dans le prolongement de AB. Calculez la durée de la chute.

Données : $g = 10\text{m/s}^2$; $CK = 0,2\text{m}$; $BC = 5\text{m}$.

EXERCICE 2: (4points)

1. Un train roule à la vitesse constante V , sur une voie horizontale, rectiligne.

Un voyageur lâche par la fenêtre, d'un point situé à la hauteur h au-dessus du sol, un objet de masse m , assimilable à un point matériel. Quel est le vecteur vitesse de l'objet par rapport au sol à l'instant du lâché ? (1pt)

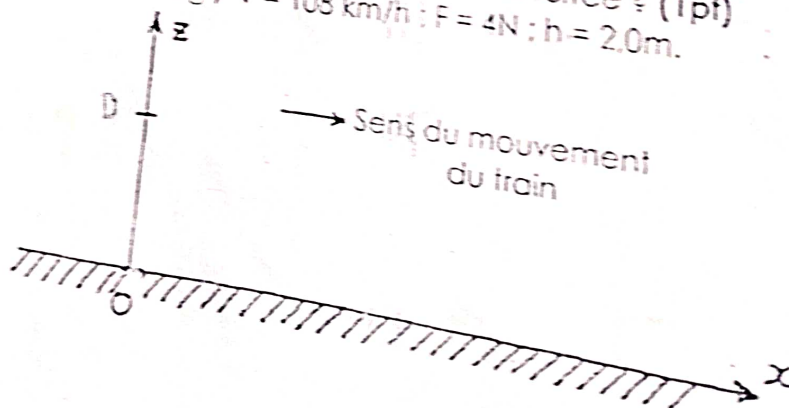
2. On veut étudier le mouvement de l'objet lors de sa chute. Celui-ci a été lâché à la date $t = 0$, au point D, d'altitude h au-dessus du sol (voir figure). On représente, en première approximation, l'action de l'air sur l'objet, par une force

F constante, colinéaire à la vitesse du train et de sens contraire à celle-ci. On étudie le mouvement dans le repère (Ox, Oz) de la figure.

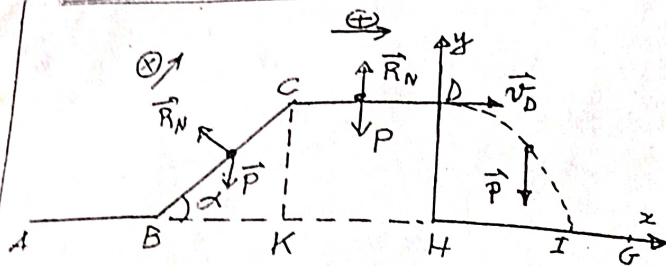
Établir les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ du mouvement de l'objet. Faire l'application numérique. (2pts)

3. A quelle distance Ol de O , l'objet touchera-t-il la voie ferrée ? (1pt)

Données : $g = 10\text{ m/s}^2$; $m = 500\text{g}$; $V = 108\text{ km/h}$; $F = 4\text{N}$; $h = 2,0\text{m}$.



EXERCICE 1



$m = 1 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$; $CK = 0,2 \text{ m}$; $BC = 5 \text{ m}$
 $\ddot{t}_0 = 0$, $v_B = 4 \text{ m/s}$ en B (origine des espaces)

① Étudions le mvt de S sur BC

- Système : mobile de masse m .
- Référentiel : T.S.G
- Bilan des forces : \vec{P} et \vec{R}_N
- T.C.I : $\vec{P} + \vec{R}_N = m\vec{a}$
- Projection dans le sens de la montée :
 $-mg \sin \alpha + 0 = ma$; On tire

$$a = -g \sin \alpha ; \text{ Or } \sin \alpha = \frac{CK}{BC} ; \text{ d'où}$$

$$\boxed{a = -\frac{g \cdot CK}{BC}} \quad \text{AN: } a = \frac{-10 \cdot 0,2}{5}$$

$$\underline{a = -0,4 \text{ m/s}^2}$$

ccl: $m \cdot r \cdot u \cdot r$ sur la piste BC

Equation horaire du mot

$$m \cdot r \cdot u \cdot r \Rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2 + v_B t + x_B$$

Or $\ddot{t} = 0$; $v_B = 4 \text{ m/s}$ et $x_B = 0$; d'où

$$\boxed{x = -0,2 t^2 + 4t}$$

Vitesse acquise en C

$$R.I.T: v_C^2 - v_B^2 = 2aBC$$

On tire

$$\boxed{v_C = \sqrt{v_B^2 + 2aBC}}$$

$$\text{AN: } v_C = \sqrt{16 + 2(-0,4)(5)}$$

$$v_C = 3,45 \text{ m/s.}$$

② Nature du mvt sur CD

- Bilan des forces : \vec{P} et \vec{R}_N
- T.C.I : $\vec{P} + \vec{R}_N = m\vec{a}$
- Projection ds le sens \oplus :
 $0 + 0 = ma \Rightarrow a = 0$

ccl: $m \cdot r \cdot u$ sur CD

$$\text{donc } v_D = v_C$$

③ Equation de la trajectoire lorsque S quitte la piste en D

- Bilan : \vec{P}
- T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a}$
- Projection sur les axes :
 $\begin{cases} O_x: 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \text{ (m.r.u)} \\ O_y: -mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g \text{ (m.r.u.v)} \end{cases}$
- Equations horaires :

$$\begin{cases} x = v_{0x} t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 \end{cases}$$

$$\text{Or, à } t=0, \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = CK \end{cases} ; v_D \begin{cases} v_{0x} = v_D \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

$$\text{d'où } \begin{cases} x = v_D t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + CK \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire:

$$x = v_D t \Rightarrow t = \frac{x}{v_D} ; \text{ d'où}$$

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_D} \right)^2 + CK$$

Soit $y = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + CK$

Durée de la chute.

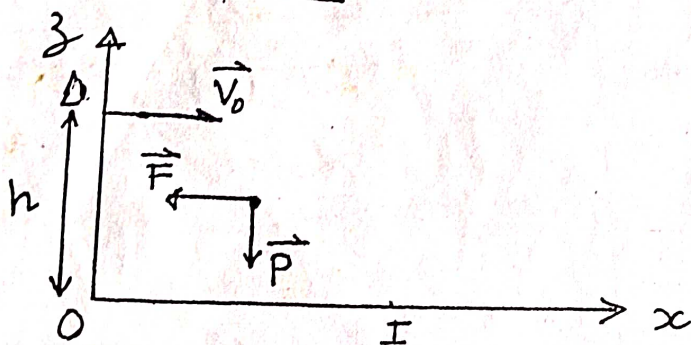
Le pt d'impact I est sur Hx;
donc $y_I = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt_I^2 + CK = 0$

$$\Leftrightarrow CK = \frac{1}{2}gt_I^2 \Leftrightarrow 2CK = gt_I^2$$

$$\Leftrightarrow t_I = \sqrt{\frac{2CK}{g}} \quad t_I = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2}{10}}$$

$$t_I = 0,2 \text{ s}$$

EXERCICE 2



$g = 10 \text{ m/s}^2$; $m = 500 \text{ g}$;
 $v = 30 \text{ m/s}$; $F = 4 \text{ N}$; $h = 2,0 \text{ m}$

① Vecteur vitesse \vec{v}_0 à l'instant du lâché

À l'instant du lâché, l'objet fait encore partie intégrante du train; donc la vitesse de l'objet à l'instant du lâché est celle du train.

$$\vec{v}_0 = \vec{v}$$

② Equations horaires du mouvement dans le repère (Ox, Oz)

- Système: objet de masse m
- Référentiel: T.S.G
- Bilan des forces: \vec{P} et \vec{F}
- T.C.I: $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$
- Projection sur les axes:
 - Ox : $0 - F = ma_x \Rightarrow a_x = -\frac{F}{m}$ (m.r.u.v)
 - Oz : $-mg + 0 = ma_z \Rightarrow a_z = -g$ (m.r.u.v)

- Equations horaires:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}a_x t^2 + v_{0x}t + x_0 \\ z = \frac{1}{2}a_z t^2 + v_{0z}t + z_0 \end{cases}$$

Or $\begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = h \end{cases}; \quad v_0 \begin{cases} v_{0x} = v \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$

$$\text{donc } \begin{cases} x = -\frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 + v_0 t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{cases}$$

AN: $\begin{cases} x(t) = -4t^2 + 30t \\ z(t) = -5t^2 + 2 \end{cases}$

③ Distance horizontale OI

I est sur l'axe des abscisses;
donc $z_I = 0 \Leftrightarrow -5t_I^2 + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow t_I^2 = \frac{2}{5} \Leftrightarrow t_I = \sqrt{\frac{2}{5}}; \quad t_I = 0,63 \text{ s}$$

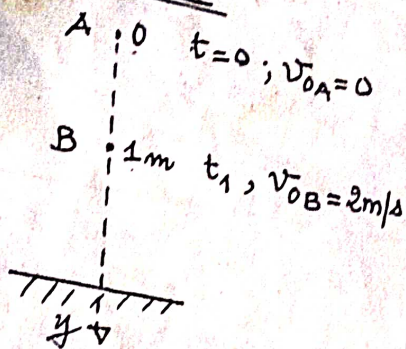
$x_I = -4t_I^2 + 30t_I$

$$x_I = -4(0,63)^2 + 30(0,63)$$

$$x_I = -1,5876 + 18,9$$

$$x_I = 17,3 \text{ m}$$

EXERCICE 3



① Equation du mot de A
m.r.u.v: $a=g$.

$$y_A = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0A}t + y_{0A}$$

Or à $t=0$, $v_{0A}=0$; $y_{0A}=0$

D'où $y_A = \frac{1}{2}gt^2$; soit

$$y_A = 5t^2$$

Equation du mot de B

m.r.u.v: $a=g$

Décalage horaire:

t_1 qd A a parcouru

$$y_A = 0,8 \Leftrightarrow 5t_1^2 = 0,8$$

$$\Leftrightarrow t_1^2 = \frac{0,8}{5} \Leftrightarrow t_1 = 0,4 = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow y_B = \frac{1}{2}g(t-t_1)^2 + v_{0B}(t-t_1) + y_{0B}$$

$$y_B = 5(t - \frac{2}{5})^2 + 2(t - \frac{2}{5}) + 1$$

$$y_B = 5(t^2 - \frac{4}{5}t + \frac{4}{25}) + 2t - \frac{4}{5} + 1$$

$$y_B = 5t^2 - 4t + \frac{4}{5} + 2t + \frac{1}{5}$$

$$y_B = 5t^2 - 2t + 1$$

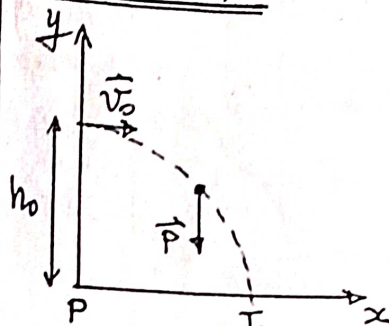
② Instant de rencontre

$$y_R = y_A = y_B$$

$$\Leftrightarrow 5t_R^2 = 5t_R^2 - 2t_R + 1$$

$$\Leftrightarrow 2t_R = 1 \Leftrightarrow t_R = 0,5s$$

EXERCICE 4



$h_0 = 2500m$; $v = 200m/s$

① Trajectoire de la bombe.

- Système: bombe de masse m

- Référentiel: T.S.G.

- Bilan: \vec{P}

- T.C.I: $\vec{P} = m\vec{a}$

- Projection sur les axes:

$$\vec{P} \perp O_x \Rightarrow 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0,$$

$$\vec{P} \parallel O_y \Rightarrow -mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g$$

$$- \vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

Or à $t=0$,

$$A_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$$

$$\text{D'où } \vec{OM} \begin{cases} x = vt \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + h_0 \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire: $x=vt$; on tire

$t = \frac{x}{v}$; d'où

$$y = -\frac{1}{2}g(\frac{x}{v})^2 + h_0; \text{ soit}$$

$$y = -\frac{g}{2v^2}x^2 + h_0$$

ccl: La trajectoire de la bombe est une portion de parabole car son equation est du second degré.

② Durée du mot

le point d'impact I étant sur l'axe Ox , son ordonnée est donc nulle. $y_I = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt_I^2 + h_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}gt_I^2 = h_0 \Leftrightarrow gt_I^2 = 2h_0$$

$$\Leftrightarrow t_I^2 = \frac{2h_0}{g} \Leftrightarrow t_I = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

$$\text{AN: } t_I = \sqrt{\frac{2 \cdot 2500}{10}}; t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

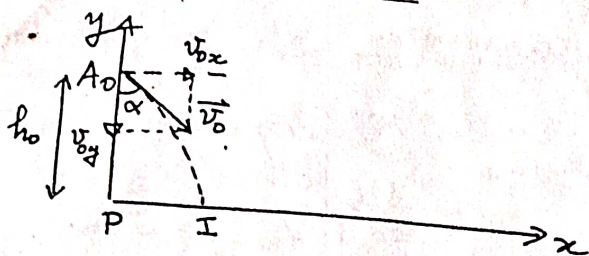
$$t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

$$t_I = 22,36$$

- Projection sur les axes:

④ Détermination de h_0



$$v_0 = 200 \text{ m/s}; \alpha = 10^\circ; x_I < 100 \text{ m}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}at^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}$$

$$\text{Or à } t=0, A_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_0 \end{cases} \text{ et } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \sin \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cos \alpha \end{cases}$$

$$\text{D'où } \vec{OM} \begin{cases} x = v_0 \sin \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 \cos \alpha \cdot t + h_0 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$(1) \quad x = v_0 \sin \alpha \cdot t; \text{ On tire } t = \frac{x}{v_0 \sin \alpha}$$

$$\text{d'où } y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \sin \alpha}\right)^2 - v_0 \cos \alpha \left(\frac{x}{v_0 \sin \alpha}\right) + h_0$$

$$\text{Soit } y = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x^2 - x \cot \alpha + h_0$$

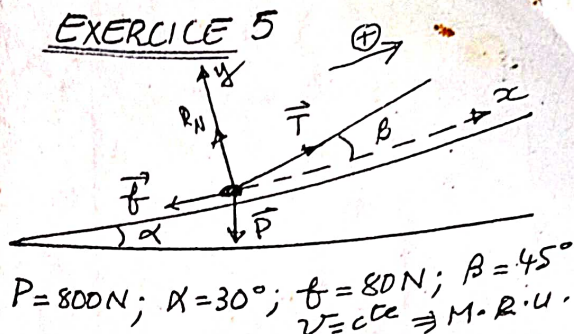
$$\Leftrightarrow y_I = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 - x_I \cot \alpha + h_0$$

$$\Leftrightarrow 0 = -\frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 - x_I \cot \alpha + h_0$$

$$(y_I = 0 \text{ car } I \in Ox)$$

$$\Leftrightarrow h_0 = \frac{g}{2v_0^2 \sin^2 \alpha} x_I^2 + x_I \cot \alpha$$

EXERCICE 5



$$P = 800 \text{ N}; \alpha = 30^\circ; f = 80 \text{ N}; \beta = 45^\circ$$

$$v = cte \Rightarrow M.R.U.$$

Norme de la tension T :

- Système: skieur de masse m

- Référentiel: T.S.G

- Bilan des forces: $\vec{P}, \vec{R}_N, \vec{f}, \vec{T}$

- Principe d'inertie: $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$

- Projection suivant Ox :

$$-mg \sin \alpha + 0 - f + T \cos \beta = 0$$

$$\text{On tire } T = \frac{P \sin \alpha + f}{\cos \beta}$$

$$\text{AN: } T = \frac{800 \cdot \sin 30 + 80}{\cos 45}$$

$$T = 678,9 \text{ N}$$

Norme de la réaction normale R_N

Projetons maintenant sur Oy :

$$-mg \cos \alpha + R_N + 0 + T \sin \beta = 0$$

$$\text{On tire } R_N = P \cos \alpha - T \sin \beta$$

$$\text{AN: } R_N = 800 \cos 30 - 678,9 \sin 45$$

$$R_N = 212,8 \text{ N}$$

D. PROJECTILE

MOUVEMENT D'UN CORPS DANS LE CHAMP DE PESANTEUR TERRESTRE \vec{g}

Il existe trois types de projectile selon la direction de la vitesse initiale \vec{v}_0

I. PROJECTILE LANCÉ VERTICALEMENT

On travaille avec un axe vertical.

Si la résistance de l'air est négligée, le mouvement du corps est rectiligne uniformément varié (m.r.u.v)

- si l'axe Oy est orienté vers le bas (comme \vec{g}), alors

$$a = +g \text{ et } y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0$$

- si l'axe est dirigé vers le haut (contrairement à \vec{g}), alors

$$a = -g \text{ et } y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0$$

II. PROJECTILE LANCÉ HORIZONTALEMENT

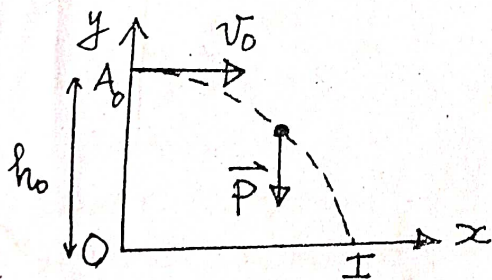


Fig. 1

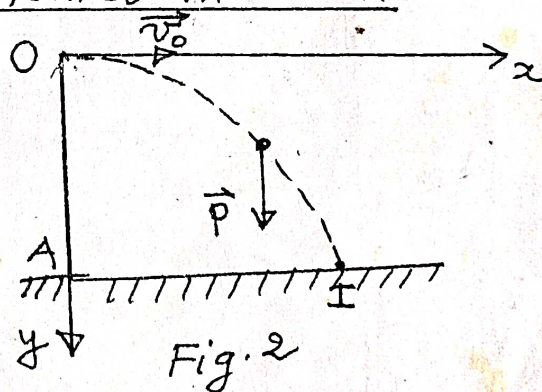


Fig. 2

Etude dynamique:

- Système: Corps de masse m
- Referentiel: T.S.G
- Bilan des forces: \vec{P}
- T.C.I: $\vec{P} = m\vec{a}$

B. PROJECTILE

MOUVEMENT D'UN CORPS DANS LE CHAMP DE PESANTEUR TERRESTRE \vec{g}

Il existe trois types de projectile selon la direction de la vitesse initiale \vec{v}_0

I. PROJECTILE LANCÉ VERTICALEMENT

On travaille avec un axe vertical.

Si la résistance de l'air est négligée, le mouvement du corps est rectiligne uniformément varié (m.r.u.v)

- si l'axe Oy est orienté vers le bas (comme \vec{g}), alors

$$a = +g \text{ et } y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0$$

- si l'axe est dirigé vers le haut (contrairement à \vec{g}), alors

$$a = -g \text{ et } y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + y_0$$

II. PROJECTILE LANCÉ HORIZONTALEMENT

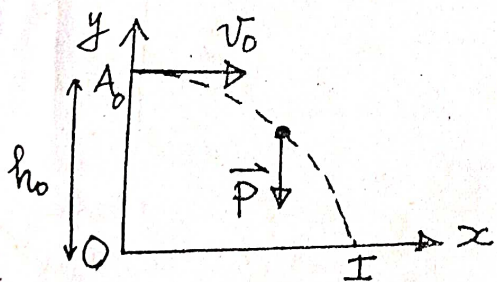


Fig. 1

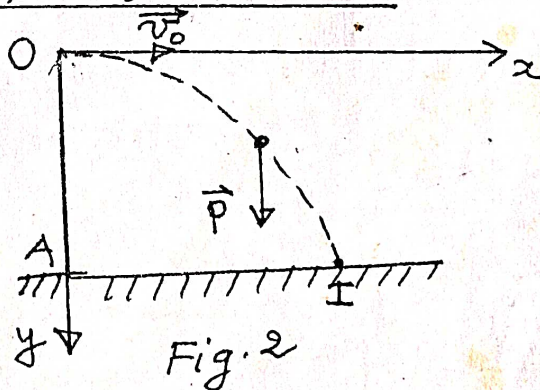


Fig. 2

Etude dynamique:

- Système: corps de masse m
- Referentiel: T.S.G
- Bilan des forces: \vec{P}
- T.C.I: $\vec{P} = m\vec{a}$

~ axes:

$$\vec{P} \perp O x: 0 = m a_x \Rightarrow a_x = 0 \text{ (m.r.u sur } O x)$$

$$\vec{P} \parallel O y: \pm m g = m a_y \Rightarrow a_y = \pm g \text{ (m.r.u.v sur } O y)$$

- Equations horaires du movt:

$$\begin{cases} x = v_{0x} t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 \end{cases}$$

- Conditions initiales.

Il s'agit toujours de donner les coordonnées du point de lancement et les composantes de la vitesse initiale \vec{v}_0 .

• Pour les coordonnées du pt de depart fig. 1: le projectile est lancé en un point A_0 de l'axe des ordonnées.

$$\text{Donc } A_0 \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_0 \end{cases}$$

fig. 2: le projectile est lancé depuis l'origine O du repère; donc

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

• En ce qui concerne la vitesse initiale \vec{v}_0 , pour un projectile lancé horizontalement, on a toujours $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$

Dans le cas de la fig. 1. Les equations horaires deviennent:

$$\begin{cases} x = v_0 t & (1) \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + h_0 & (2) \end{cases}$$

Pour la fig. 2, on a:

$$\begin{cases} x = v_0 t & (1) \\ y = \frac{1}{2} g t^2 & (2) \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire

Elle s'obtient en éliminant t entre les coordonnées x et y .

• Pour le 1^{er} cas on obtient le resultat suivant:

$$x = v_0 t; \text{ on tire } t = \frac{x}{v_0};$$

$$\text{d'où } y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 + h_0$$

$$\text{soit } y = -\frac{g}{2 v_0^2} x^2 + h_0.$$

• Pour le 2^e cas, on a

$$x = v_0 t; \text{ on tire } t = \frac{x}{v_0}; \text{ d'où}$$

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2; \text{ soit } y = \frac{g}{2 v_0^2} x^2$$

- Coordonnées du point d'impact I

Fig. 1: le pt I est sur $O x$.

$$\text{Donc } I \begin{cases} x_I \\ y_I = 0 \end{cases}$$

x_I est obtenu en résolvant l'équation $y_I = -\frac{g}{2 v_0^2} x_I^2 + h_0 = 0$

Fig. 2: le pt I est sur aucun axe

$$I \begin{cases} x_I = \text{distance horizontale } A I \\ y_I = \text{distance verticale } O A \end{cases}$$

Si une coordonnée est donnée, On calcule l'autre en utilisant l'équation de la trajectoire

P

Tedson F, Ted@LT³+w@TC.LVA.COM.

TD n°7

DE
PHYSIQUE

MBPC

06929 97 51
05709 34 11

Exercice 1:

Un skieur de masse $m = 80 \text{ kg}$ est tiré à vitesse constante le long d'une pente inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à horizontal. La perche, assimilable à un câble fait un angle $\beta = 45^\circ$ avec la pente. Le skieur est en translation. Il s'exerce au niveau des skis une force de frottement de valeur $f = 50 \text{ N}$.

Données : $g = 10 \text{ m/s}^2$

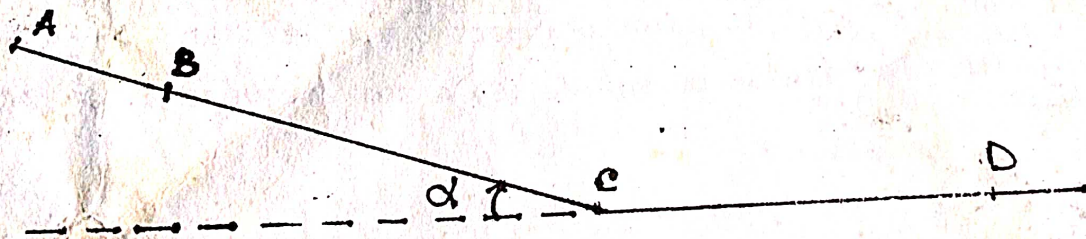
1. Faites un inventaire des forces extérieures appliquées à l'ensemble {skieur + skis}
2. Appliquez le principe d'inertie et projetez sur les axes la relation ainsi trouvée.
3. Déterminez littéralement puis numériquement :
 - a) La tension T exercée par la perche ;
 - b) La composante normale N de la réaction du sol sur les skis.

Rép. 636 N ; 243 N

Exercice 2:

Un solide, de poids $P = 20 \text{ N}$, glisse le long d'un plan incliné de l'angle $\alpha = 10^\circ$ sur le plan horizontal

- 1- Calculer le travail effectué par le poids P du solide lorsqu'il parcourt, en descendant, une distance AB de longueur $\ell = 1,5 \text{ m}$ le long d'une ligne de plus grande pente du plan incliné.
- 2- Le solide est lâché en A sans vitesse initiale et les frottements sont négligeables. Calculer la vitesse v du solide lorsqu'il arrive en C , au bas du plan incliné, tel que $AC = \ell' = 10 \text{ m}$.
- 3- En réalité, le solide passe en C avec la vitesse $v' = 5,3 \text{ m/s}$.
Calculer la valeur de la force de frottement, supposée constante, qui s'exerce sur le solide entre A et C
- 4- A partir de C où la vitesse v' du solide est $5,3 \text{ m/s}$, celui-ci glisse sur un plan horizontal et on suppose que la force de frottement conserve la même valeur que à la question 3
Quelle distance $CD = d$ le solide parcourt-il avant de s'arrêter



EXERCICE 3

Deux trains T_1 et T_2 de longueurs respectives $L_1 = 150 \text{ m}$ et $L_2 = 200 \text{ m}$ roulent sur deux voies parallèles ; T_1 a une vitesse constante de $v_1 = 60 \text{ km/h}$ et T_2 a une vitesse constante de 90 km/h .

1. Les deux trains roulent en sens contraire, quelle est la durée du croisement ?

Quelles est alors la distance parcourue par chaque train

2. Même question lorsque les trains roulent dans le même sens.

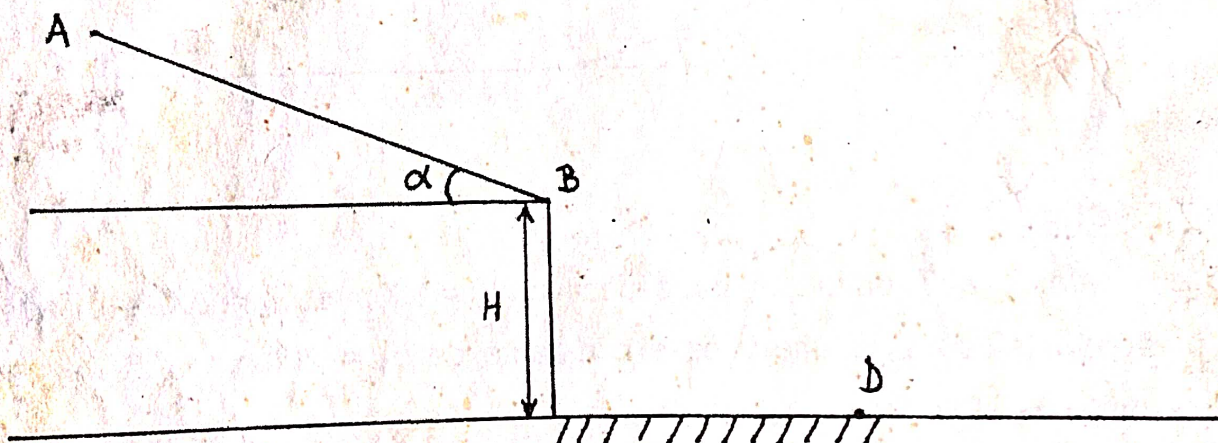
Exercice n°4

Un corps A, de masse 250g, peut glisser sans frottement sur un plan incliné d'un angle de 30° avec l'horizontale. Il est attaché à un fil qui passe sur une poulie P et dont l'autre extrémité porte un petit crochet supportant un plateau très léger. Le brin AP du fil est parallèle au plan incliné, l'autre brin est vertical.

- 1) Quel poids doit-on mettre sur le plateau pour que le système reste en équilibre ?
- 2) Ce poids étant placé dans le plateau, on amène celui-ci à une hauteur $h=112,5\text{cm}$ au dessus du sol, puis on ajoute dans le plateau une surcharge de 25g. quelle est l'accélération du mouvement de A ? Au bout de combien de temps le plateau arrive t-il au sol ?
- 3) En arrivant sur le sol, le plateau se décroche du fil. Quel mouvement prend A ? au bout de combien de temps le corps A repasse t-il par sa position de départ et quelle est sa vitesse à ce moment ? on donne $g=10\text{N/Kg}$

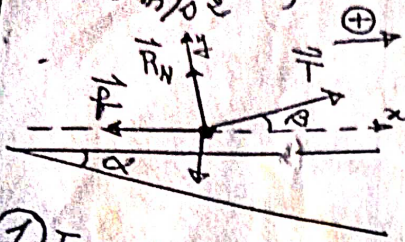
EXERCICE 5

1. un solide (S) que l'on assimilera à un point matériel de masse $m = 200\text{g}$, peut glisser suivant la ligne d'un plan inclinée de pente 50%. Le solide (S) est lâché sans vitesse initiale du point A. Il parcourt la distance $AB = L = 2,5\text{m}$ sur le plan incliné.
 - a. Déterminer la nature du mouvement pris par le solide (S) et calculer la durée t_1 du trajet AB
 - b. Calculer la vitesse v_1 de (S) en B et en déduire en fonction de α et v_1 les expressions des composantes horizontale et verticale de v_1
2. Arrivée en B, le solide (S) animé de la vitesse v_1 tombe sur un plan horizontal situé en contre bas à une distance h de B. La chute dure $t_2 = 0,5\text{s}$.
 - a. Déterminer l'équation de la trajectoire du solide (S).
 - b. Calculer la distance horizontale d comprise entre la verticale passant par B et le point d'impact D sur le plan horizontal, puis la hauteur H
 - c. Calculer la vitesse du solide (S) à son arrivée au point D.



EXERCICE 1

$m = 80 \text{ kg}$; $\alpha = 30^\circ$
 $\beta = 45^\circ$; $f = 50 \text{ N}$;
 $g = 10 \text{ m/s}^2$



① Inventaire des forces extérieures.

Le système {skieur + ski} est soumis à l'action des forces suivantes:

- son poids \vec{P} ; vertical descendant
- la réaction normale R_N du plan; perpendiculaire au déplacement.
- la réaction tangentielle \vec{f} du plan; parallèle au déplacement mais de sens opposé.
- la tension \vec{T} de la perche: faisant un angle β avec le déplacement.

② Principe d'inertie

Comme $v = \text{cte}$, alors le mvt est rectiligne uniforme.

On peut donc appliquer le principe d'inertie

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} + \vec{T} = \vec{0}$$

Projection de la relation vectorielle

- Sur Ox:

$$-mg \sin \alpha + 0 - f + T \cos \beta = 0$$

$$\Rightarrow -mg \sin \alpha - f + T \cos \beta = 0$$

Sur Oy:

$$-mg \cos \alpha + R_N + 0 + T \sin \beta = 0$$

$$\Rightarrow -mg \cos \alpha + R_N + T \sin \beta = 0$$

③ a. Détermination de T

A partir de la 1^{re} relation

$$-mg \sin \alpha - f + T \cos \beta = 0$$

On tire $T = \frac{mg \sin \alpha + f}{\cos \beta}$

AN: $T = \frac{80 \cdot 10 \cdot 0,5 + 50}{0,7}$

$$T = 643 \text{ N}$$

b. Détermination de R_N

A partir de la 2^{ème} relation:

$$-mg \cos \alpha + R_N + T \sin \beta = 0$$

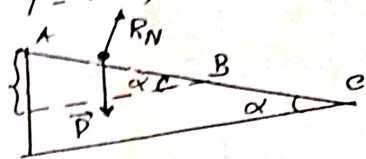
On tire $R_N = mg \cos \alpha - T \sin \beta$

AN: $R_N = 800 \cdot 0,86 - 643 \cdot 0,7$

$$R_N = 238 \text{ N}$$

EXERCICE 2

$P = 20 \text{ N}$; $\alpha = 10^\circ$



① Travail du poids P sur une distance $AB = l = 1,5 \text{ m}$.

$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = mg h_{AB}$$

$$\text{Or } \sin \alpha = \frac{h_{AB}}{AB}$$

On tire $h_{AB} = AB \sin \alpha$

D'où $W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = mg AB \sin \alpha$

soit $W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = P l \sin \alpha$

AN: $W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = 20 \cdot 1,5 \cdot \sin 10^\circ$

$$W(\vec{P})_{A \rightarrow B} = 5,20 \text{ J}$$

② Vitesse en bas de la pente, f négligeable

Appliquons le T.E.C entre le point de départ A et le point d'arrivée C.

$$E_C(C) - E_C(A) = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}})$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 - 0 = W(\vec{P})_{A \rightarrow C} + W(\vec{R}_N)_{A \rightarrow C}$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 = mg AC \sin \alpha + 0$$

$$mv_c^2 = 2mgAC \sin \alpha$$

$$v_c^2 = 2gl \sin \alpha$$

$$v_c = \sqrt{2gl \sin \alpha}$$

$$AN: v_c = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 10}$$

$$v_c = 5.9 \text{ m/s}$$

③ Valeur de f sachant que en réalité $v_c' = 5.3 \text{ m/s}$

Recommençons le T.E.C en tenant en compte les forces de frottement

$$E_c(C) - E_c(A) = W(P) + W(R_N) + W_f$$

$$\frac{1}{2}mv_c'^2 - 0 = mgl \sin \alpha + 0 - fl'$$

$$mv_c'^2 = 2mgl \sin \alpha - 2fl'$$

$$2fl' = 2mgl \sin \alpha - mv_c'^2$$

$$f = \frac{2mgl \sin \alpha - mv_c'^2}{2l'}$$

$$f = mg \sin \alpha - \frac{mv_c'^2}{2l'}$$

$$AN: f = 20 \cdot \sin 10 - \frac{2 \cdot 28}{2 \cdot 10}$$

$$f = 0.67 \text{ N}$$

④ Distance $CD = d$ avant l'arrêt

Appliquons encore le T.E.C entre C et D

$$E_{cf} - E_{ci} = \sum W(F_{ext})$$

$$E_c(D) - E_c(C) = W(P) + W(R_N) + W_f$$

$$0 - \frac{1}{2}mv_c'^2 = 0 + 0 - fd$$

$$\Rightarrow mv_c'^2 = 2fd$$

$$\Rightarrow d = \frac{mv_c'^2}{2f}$$

$$AN: d = \frac{2 \cdot 5.3^2}{2 \cdot 0.67}$$

$$d = 42 \text{ m}$$

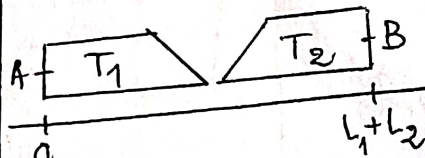
EXERCICE 3

$$T1: L_1 = 150 \text{ m}; V_1 = 16.6 \text{ m/s}$$

$$T2: L_2 = 200 \text{ m}; V_2 = 25 \text{ m/s}$$

Durée du croisement et distances parcourues.

① Lorsque les trains roulent en sens contraire



* Pour le pt A: m.r.u

$$\Rightarrow x_A = v_1 t + x_{01}; \text{ soit}$$

$$x_A = v_1 t$$

* Pour le pt B: m.r.u

$$\Rightarrow x_B = v_2 t + x_{02}; \text{ soit}$$

$$x_B = -v_2 t + L_1 + L_2$$

* A la fin du croisement $x_A = x_B$

$$\Rightarrow v_1 t = -v_2 t + L_1 + L_2$$

$$\Rightarrow (v_1 + v_2)t = L_1 + L_2$$

$$\Rightarrow t = \frac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}$$

$$AN: t = \frac{350}{41.6}$$

$$t = 8.4 \text{ s}$$

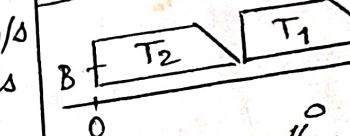
$$* D_1 = v_1 t = 16.6 \times 8.4$$

$$D_1 = 139.4 \text{ m}$$

$$* D_2 = v_2 t = 25 \times 8.4$$

$$D_2 = 210 \text{ m}$$

② Lorsque les trains sont en même sens.



$$* x_B = v_2 t + x_{02}$$

$$\Rightarrow x_B = v_2 t$$

$$* x_A = v_1 t + x_{01}$$

$$\Rightarrow x_A = v_1 t + L_1 + L_2$$

A la fin du croisement $x_A = x_B$

$$\Rightarrow v_2 t = v_1 t + L_1 + L_2$$

$$\Rightarrow (v_2 - v_1)t = L_1 + L_2$$

$$\Rightarrow t = \frac{L_1 + L_2}{v_2 - v_1}$$

$$t = \frac{350}{84}$$

$$t = 41.6 \text{ s}$$

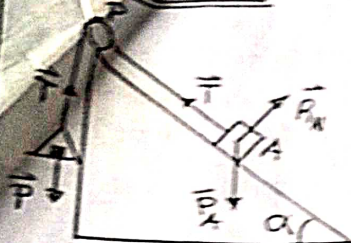
$$* D_1 = v_1 t = 16.6 \cdot 41.6$$

$$D_1 = 690.56 \text{ m}$$

$$* D_2 = v_2 t = 20 \times 41.6$$

$$D_2 = 832 \text{ m}$$

EXERCICE 4



$$m_A = 250g; \alpha = 30^\circ; g = 10 \text{ N/kg}$$

① Masse m qui permet d'obtenir l'équilibre.

* Pour le corps A :

$$\vec{T}_A + \vec{P}_A + \vec{P}_N = m\vec{a}$$

Projection dans le sens \ominus

$$T_A - m_A g \sin \alpha = m_A a$$

Comme le système est en équilibre, alors

$$T_A - m_A g \sin \alpha = 0$$

$$\text{On tire } T_A = m_A g \sin \alpha.$$

* Pour le corps dans le plateau: $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

Projection ds le sens \oplus

$$-T + mg = ma.$$

Le système étant en équilibre, on a :

$$-T + mg = 0; \text{ On tire}$$

$$T = mg.$$

* Poulie de masse négligeable; donc

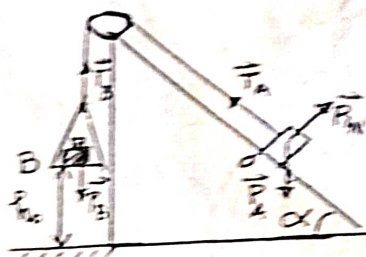
$$T_A = T \Leftrightarrow m_A g \sin \alpha = mg$$

$$\Leftrightarrow \boxed{m = m_A \sin \alpha}$$

$$\text{AN: } m = 250 \cdot 0,5$$

$$\boxed{m = 125g}$$

② Accélération de A



$$m' = 25g; h_0 = 112,5 \text{ cm}$$

* la relation (1) ne change pas :

$$T_A - m_A g \sin \alpha = m_A a$$

$$\Rightarrow T_A = m_A g \sin \alpha + m_A a$$

* Dans la relation (2) on tient compte de la masse ajoutée.

$$-T_B + m_B g = m_B a$$

$$\text{avec } m_B = m + m' = 150g$$

$$\text{On tire } T_B = m_B g - m_B a$$

$$* T_A = T_B \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow m_A g \sin \alpha + m_A a = m_B g - m_B a$$

$$\Rightarrow (m_A + m_B) a = (m_B - m_A \sin \alpha) g$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{(m_B - m_A \sin \alpha) g}{m_A + m_B}}$$

$$a = \frac{(150 - 125) \cdot 10}{400}$$

$$a = 0,625 \text{ m/s}^2$$

ccl: le corps A est animé d'un m.r.u.v d'accélération

$$\boxed{a = 0,625 \text{ m/s}^2}$$

Date d'arrivée au sol:

B parcourt la distance h_0 d'un m.r.u.v d'accélération a .

$$h_0 = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0 t_1$$

$$\Leftrightarrow h_0 = \frac{1}{2} a t_1^2 \Leftrightarrow 2h_0 = a t_1^2$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = \sqrt{\frac{2h_0}{a}}}$$

$$\text{AN: } t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 112,5 \cdot 10^{-3}}{0,625}}$$

$$\underline{t_1 = 1,9 \text{ s.}}$$

③ Nature du mot de A après décrochage du plateau.

Avant des décrochages, A et B sont liés et

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin \alpha) g}{m_1 + m_2}$$

Après décrochage,

A évolue seul. on pose alors $m_B = 0$;

$$\text{d'où } \boxed{a' = -g \sin \alpha}$$

ccl: après décro-

chage A prend un

mot rectiligne

uniformément

retardé d'accélé-

ration $a' = -g \sin \alpha$

Date de passage

à la position de départ

- Origine des espaces:

point de départ

- Origine des temps :
instant du décrochage.
m.r.u.v

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

On la vitesse initiale
de la phase 2 est la
vitesse finale de la
phase 1: $v_0 = at_1$

$$v_0 = 0,625 \times 1,9$$

$$v_0 = 1,19 \text{ m/s et } x_0 = h_0$$

$$\text{D'où } x = -5t^2 + 1,19t + 1,125$$

Au passage par le
point de départ A_0
(origine du repère):

$$0 = -5t^2 + 1,19t + 1,125$$

$$5t^2 - 1,19t - 1,125 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 1,42 - 4(5)(-1,125)$$

$$\Delta = 23,92$$

$$t' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1,19 + 4,89}{10} = 0,370$$

$$t'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1,19 - 4,89}{10} = -0,60$$

$$\text{ccl: } \boxed{t = 0,370}$$

Vitesse à cet instant

$$x = -5t^2 + 1,19t + 1,125$$

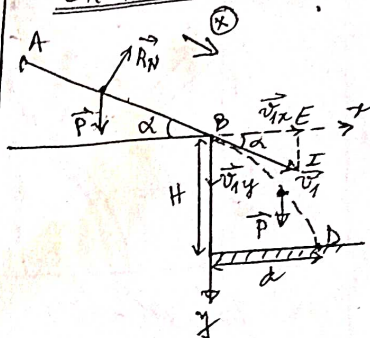
$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = -10t + 1,19$$

$$v = -10(0,37) + 1,19$$

$$\boxed{v = -2,51 \text{ m/s}}$$

EXERCICE 5



$$m = 200 \cdot 10^{-3} \text{ kg}; \quad \sin \alpha = 0,5$$

$$v_A = 0; \quad AB = L = 2,5 \text{ m}; \quad t_2 = 0,2 \text{ s}$$

① a. Nature du mot sur AB

Système: solide de masse m

- Repère: T.S.C.

- Bilan des forces: \vec{P} et \vec{R}_N

- T.C.I: $\vec{P} + \vec{R}_N = m\vec{a}$

- Projecté suivant la descente

$$mg \sin \alpha + 0 = ma$$

$$\text{On tire } a = g \sin \alpha$$

$$AN: a = 10 \cdot 0,5; \quad a = 5 \text{ m/s}^2$$

ccl: $a = ct \Rightarrow$ mot
rectiligne unifor-
mément accéléré.

Durée du trajet AB.

Comme $v_A = 0$, alors

$$AB = \frac{1}{2}at_1^2; \quad \text{On tire}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2AB}{a}}; \quad t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5}{5}}$$

$$t_1 = 1 \text{ s.}$$

b. Vitesse en bas de la pente

$$v = \frac{dx}{dt} = at$$

$$v_1 = at_1$$

$$AN: v_1 = 5 \cdot 1; \quad v_1 = 5 \text{ m/s}$$

b. Composantes de v_1
en fonction de v_1 et α .

Considérons le triangle
BIE rectangle en E

$$\cos \alpha = \frac{v_{1x}}{v_1} \Rightarrow v_{1x} = v_1 \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{v_{1y}}{v_1} \Rightarrow v_{1y} = v_1 \sin \alpha$$

② a. Equation de la
trajectoire dans le
repère (O, x, y)

* Bilan: \vec{P}

* T.C.I: $\vec{P} = m\vec{a}$

* Projecté sur les axes:

$$ox: 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow \text{m.r.u.}$$

$$oy: mg = ma_y \Rightarrow a_y = g \Rightarrow \text{m.r.u.v.}$$

$$\bullet \text{ OH } \begin{cases} x = v_{1x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}at^2 + v_{1y}t + y_0 \end{cases}$$

$$\bullet \text{ B } \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}; \quad \vec{v}_1 \begin{cases} v_{1x} = v_1 \cos \alpha \\ v_{1y} = v_1 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{OH } \begin{cases} x = v_1 \cos \alpha \cdot t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + v_1 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Elimination de } t:$$

$$x = v_1 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_1 \cos \alpha}$$

$$y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_1 \cos \alpha}\right)^2 + v_1 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_1 \cos \alpha}\right)$$

$$y = \frac{g}{2v_1^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

$$\bullet \text{ Distance horizontale}$$

$$d \text{ et distance verti-}$$

$$\text{cale } H$$

$$\text{Connaissant la durée}$$

$$t_2 \text{ de la chute, on exploite}$$

$$\text{les équations horaires:}$$

$$\bullet x_2 = d = v_1 \cos \alpha t_2 = 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 0,5$$

$$d = 2,16 \text{ m}$$

$$\bullet y_2 = H = \frac{1}{2}gt_2^2 + v_1 \sin \alpha \cdot t_2$$

$$H = 5(0,5)^2 + 5 \cdot 0,5 \cdot 0,5$$

$$H = 2,5 \text{ m.}$$

C. vitesse d'arrivée en D

Connaissant le temps t_2 d'arrivée en D, on peut utiliser les équations horaires de la vitesse

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_1 \cos \alpha \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + v_1 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_1 \cos \alpha \\ v_y = g t + v_1 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_D \begin{cases} v_{Dx} = v_1 \cos \alpha \\ v_{Dy} = g t_2 + v_1 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{v}_D \begin{cases} v_{Dx} = v_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \\ v_{Dy} = g t_2 + v_1 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\vec{v}_D \begin{cases} v_{Dx} = 4,33 \text{ m/s} \\ v_{Dy} = 7,5 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_D = \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2}}$$

$$v_D = \sqrt{4,33^2 + 7,5^2}$$

$$\underline{v_D = 8,66 \text{ m/s.}}$$

On peut également appliquer le T.E.C entre les points B et D:

$$\frac{1}{2} m v_D^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = W(\vec{P})_{B \rightarrow D}$$

$$\frac{1}{2} m v_D^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = m g h$$

$$m v_D^2 - m v_B^2 = 2 m g h$$

$$v_D^2 - v_B^2 = 2 g h$$

$$v_D = \sqrt{v_B^2 + 2 g h}$$

$$\boxed{v_D = \sqrt{v_1^2 + 2 g h}}$$

$$\text{AN: } v_D = \sqrt{25 + 2 \cdot 10 \cdot 2,5}$$

$$\underline{v_D = 8,66 \text{ m/s.}}$$

PROJECTILE

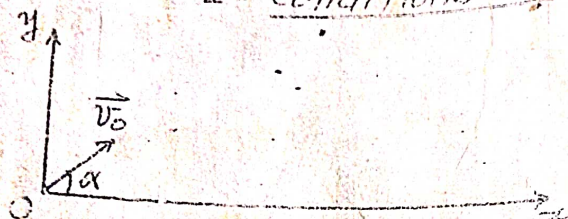
Il existe trois types de projectile :

- Projectile lancé verticalement (vu en cinématique)
- Projectile lancé obliquement
- Projectile lancé horizontalement

(I) PROJECTILE LANCÉ OBLIQUEMENT

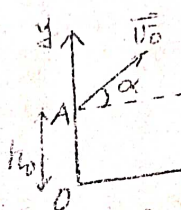
1. Conditions initiales

\vec{v}_0 (vitesse initiale)



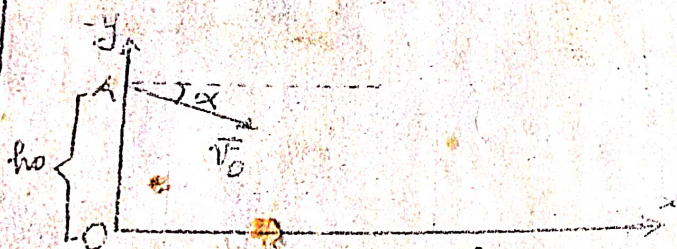
Projectile lancé obliquement vers le haut à partir de l'origine O du repère

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$



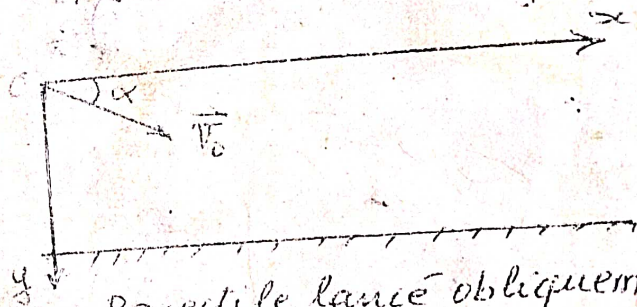
Projectile lancé obliquement vers le haut à partir du point A situé à l'altitude h de l'origine

$$A \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$



Projectile lancé obliquement vers le bas à partir du point A situé à l'altitude h_0 de l'origine

$$A \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = -v_0 \sin \alpha \end{cases}$$



Projectile lancé obliquement vers le bas à partir de l'origine O du repère

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = -v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

2. Equation de la trajectoire

- Système : projectile de masse m
- Référentiel : T.S.G. (Terrestre supposé galiléen)

Bilan : \vec{P}

$$T.C.I : \vec{P} = m\vec{a}$$

T.C.I : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m\vec{a}$

Somme des forces ext.

- Projection sur les axes

$\vec{P} \perp OX \Rightarrow 0 = m dx \Rightarrow dx = 0 \Rightarrow m \cdot r \cdot u$ sur OX

$\vec{P} \parallel OY \Rightarrow \pm mgy = mgy \Rightarrow ay = \pm g \Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot v$ sur OY

- Equations horaires ou coordonnées de M

$\vec{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = \pm \frac{1}{2} g t^2 \pm v_0 \sin \alpha \cdot t + h_0 \end{cases}$
 $\vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x} t + x_0 \\ y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0 \end{cases}$; soit $\vec{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = \pm \frac{1}{2} g t^2 \pm v_0 \sin \alpha \cdot t + h_0 \end{cases}$

- Equation de la trajectoire

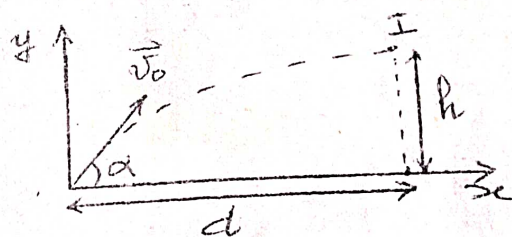
Elle s'obtient en éliminant t entre les coordonnées x et y de \vec{OM} .

$x = v_0 \cos \alpha \cdot t$; On tire $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$; d'où $y = \pm \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 \pm x \tan \alpha + h_0$

③ Coordonnées du point d'impact I

Le point d'impact I appartient à la trajectoire ; donc ses coordonnées vérifient l'équation de la trajectoire

$y_I = \pm \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x_I^2 + x_I \tan \alpha + h_0$



* Pour l'abscisse du point d'impact I, on tient compte de la distance horizontale d ; $x_I = d$

* Pour son ordonnée, on tient compte de la distance verticale

$y_I = \pm h$

Si le point d'impact I est sur l'axe des abscisses, alors $y_I = 0$.

④ Vitesse du projectile au point M

* Au point de départ : $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$

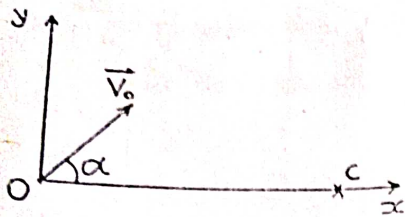
* Au point M quelconque : $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_y = \pm g t \pm v_0 \sin \alpha \end{cases}$

* Au point sommet S : $\vec{v}_S \begin{cases} v_{xs} = v_0 \cos \alpha \\ v_{ys} = 0 \end{cases}$

PROJECTILES

EXERCICE 1:

Un projectile ponctuel est lancé d'un point O à l'instant $t = 0$ pour atteindre une cible placée en un point C , avec une vitesse initiale \vec{V}_0 faisant un angle α avec l'horizontale. En négligeant la résistance de l'air, déterminer les équations horaires du mouvement $x = f(t)$ et $y = h(t)$. En déduire l'équation de la trajectoire du projectile dans le repère (O, i, j) .



- 1) Déterminez les valeurs de l'angle α pour une distance $OC = 100$ m avec $V_0 = 44,7$ m/s ; $g = 10$ m/s²
- 3). Quelle sera la vitesse du projectile en un point M tel que $Y_M = 5$ m.

EXERCICE 2:

Un obus de masse $m = 1,6$ kg est lancé dans le plan vertical d'un repère (O, i, j) avec une vitesse initiale $V_0 = 200$ m/s faisant un angle α avec l'horizontal. On donne $g = 9,8$ m/s².

1. Quelle est la nature de la trajectoire ? Justifiez la réponse.
2. a. On donne à α la valeur $\alpha_1 = 55^\circ$. Déterminer la position P atteinte par le projectile lorsqu'il arrive sur l'axe horizontal (O, i)
- b. Montrez qu'il existe une deuxième valeur de α notée α_2 telle que le projectile arrive également en P .
3. Pour quelle valeur de α la portée est-elle maximale ? Que pensez-vous de cette condition de tir ?
4. Calculer la vitesse du projectile arrivant en P .

EXERCICE 3:

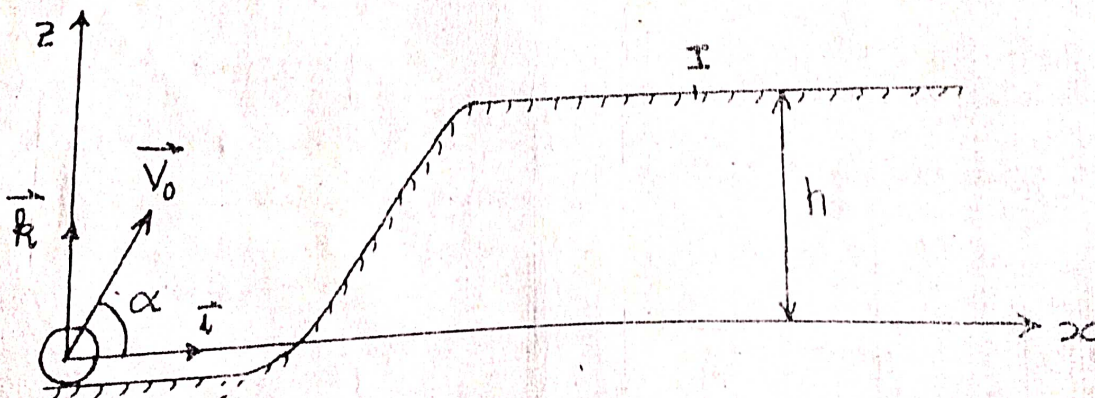
L'exercice porte sur l'étude théorique de la sortie du bunker (trou de sable près de la surface, appelée green, où se trouve le drapeau) que doit effectuer un joueur de golf. Ce joueur utilise un club de golf et communique à la balle un vecteur vitesse initial \vec{V}_0 dans le plan vertical (i, k) . On pose $\vec{\alpha} = (\vec{i}, \vec{V}_0)$. A la date $t = 0$, la balle, supposée ponctuelle et de masse m , part de l'origine O du repère orthogonal direct (O, i, k) lié à la terre, avec le vecteur vitesse \vec{V}_0 .

1. Déterminer l'équation et la nature de la trajectoire
2. L'objet du coup est de faire tomber la balle au point I (figure), qui se trouve sur le green horizontal près du trou. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer la norme V_1 du vecteur vitesse \vec{V}_1 de la balle au point I .

Application numérique : $V_0 = 9,0$ m/s ; $g = 9,8$ m/s² ; $h = 1,0$ m.

3. On admet que le système (Terre + balle) est mécaniquement isolé. A partir des différentes expressions de l'énergie mécanique de ce système, déterminer l'expression littérale de l'altitude maximale h_0 atteinte par la balle au sommet S de la trajectoire. Application numérique : $\alpha = 70^\circ$.

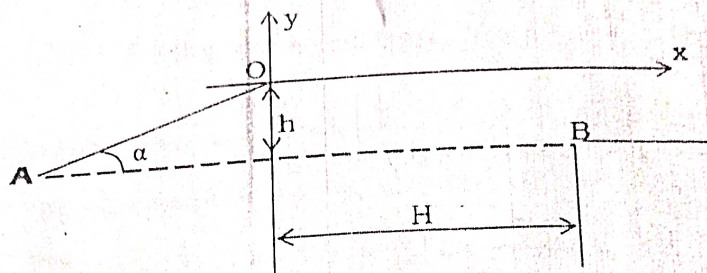
4. Déterminer littéralement puis numériquement l'abscisse l du point I . Pour cela, on utilisera l'équation de la trajectoire établie dans la question 1/



EXERCICE 4 :

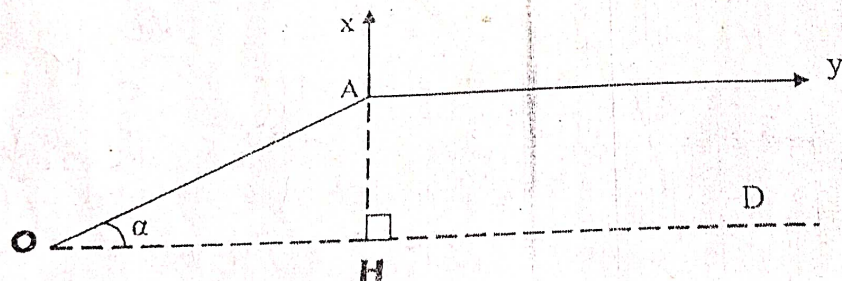
Un cascadeur veut passer au-dessus d'un pont en ruine, la route d'accès fait un angle α avec l'horizontale ; il arrive en O avec la vitesse V_0 . Dans cette partie, le cascadeur est assimilé à un solide. On négligera les forces de frottement de l'air.

1. Dans le repère (O, x, y) , écrire les équations horaires du mouvement du centre d'inertie du cascadeur au-delà du point O.
2. Le cascadeur veut arriver en B. Exprimer la dénivellation h entre O et B en fonction de la largeur H de la faille et de la vitesse V_0 en O.
AN : $V_0 = 35 \text{ m/s}$; $H = 50 \text{ m}$; $\alpha = 10^\circ$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$.
3. Le cascadeur est passé en A avec la vitesse $V_A = 36 \text{ m/s}$.
Quelle a été son accélération supposée constante entre A et O ?



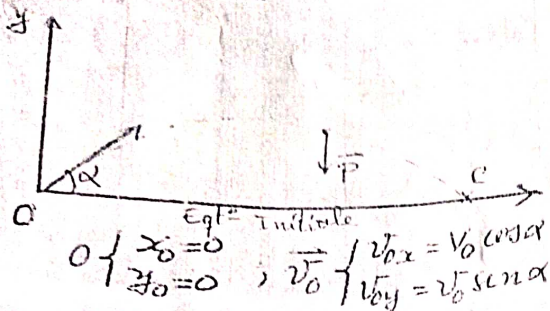
EXERCICE 5 :

1. Un projectile M, de masse m est lancé à partir du point O vers le haut d'un plan incliné d'un angle $\alpha = 15^\circ$ avec l'horizontale avec la vitesse $V_0 = 2,5 \text{ m/s}$; la longueur de ce plan est $OA = 1 \text{ m}$.
 - a. Si l'on suppose qu'il n'y a pas frottement, avec quelle vitesse V_A le projectile arrive-t-il en haut du plan incliné ?
 - b. En réalité il y a frottement et la vitesse atteinte au point A vaut $V_A = 1 \text{ m/s}$. Déterminer la force de frottement f parallèle à OA appliquée au projectile entre O et A et supposée constante sur cette distance



2. Arrivée en A, le projectile quitte le plan incliné avec la vitesse $V_A = 1 \text{ m/s}$.
 - a. Dans le repère (A, x, y) , établir l'équation de la trajectoire suivie par le projectile
 - b. Quelle distance sépare le point H du point de chute D du projectile ?
 - c. Déterminer le vecteur vitesse V_B . Le représenter sur la copie à la même échelle que V_A
- On donne $m = 50 \text{ g}$; on prendra $g = 10 \text{ m/s}^2$

EXERCICE 1



① Equations horaires du mvt

- Système: projectile de masse m
- Référentiel: T.S.C.
- Bilan des forces: \vec{P}
- T.C.E: $\vec{P} = m\vec{a}$ (accélération)
- Projection sur les axes:
 - $\vec{P} \perp Ox \Rightarrow 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0$ (m.r.u.)
 - $\vec{P} \parallel Oy \Rightarrow -mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g$ (m.r.u.v.)
- vecteur position \vec{OM}

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases} ; \text{ soit}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

Deduction de l'équation de la trajectoire

Par élimination de t entre x et y

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)$$

Soit
$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

ou

(-v) Valeurs de α pour une portée $OC = 100 \text{ m}$; $v_0 = 44,7 \text{ m/s}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$
La portée s'obtient en annulant y

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_c^2 + x_c \tan \alpha = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{g x_c^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = -\frac{x_c \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{g x_c}{2v_0^2 \cos \alpha} = \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow g x_c = 2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow g x_c = v_0^2 \sin 2\alpha$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{g x_c}{v_0^2} = \frac{10 \cdot 100}{(44,7)^2} \approx 0,5$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \sin 30^\circ \quad \alpha_1 = 15^\circ \quad \alpha_2 = 75^\circ$$

$$\begin{cases} 2\alpha_1 = 30^\circ \\ 2\alpha_2 = 180^\circ - 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 15^\circ \\ \alpha_2 = 75^\circ \end{cases}$$

On vérifie que $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$

③ Vitesse du projectile au point M tel que $y_M = 5 \text{ m}$ (Théorème de l'énergie cinétique)

Appliquons le T.E.C. entre le point de départ O et le point d'arrivée M, la force extérieure étant \vec{P} .

$$E_c(M) - E_c(O) = W(\vec{P})_{O \rightarrow M}$$

$$\frac{1}{2} m v_M^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -mgh; \quad h = y_M$$

$$v_M^2 - v_0^2 = -2gy_M$$

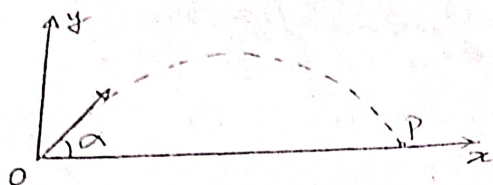
$$v_M = \sqrt{v_0^2 - 2gy_M}$$

$$v = \sqrt{44,7^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5}; \quad v = 43,56 \text{ m/s}$$

variant $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{\text{ext}})$

EXERCICE 2

$$m = 1,6 \text{ kg}; v_0 = 400 \text{ m/s}; g = 9,8 \text{ m/s}^2$$



① Nature de la trajectoire

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Système : Obus de masse m
- Référentiel : T.S.G.
- Bilan des forces : \vec{P}
- T.C.I. : $\vec{P} = m\vec{a}$
- Projection sur les axes du mvt :
 - $0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0$; m.r.u
 - $-mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g$; m.r.u.v
- Vecteur position :

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases}; \text{int}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

- Equation de la trajectoire

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + v_0 \sin \alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

② 2. Détermination de la portée

$$x_p \text{ pour } \alpha_1 = 55^\circ$$

$$y_p = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_p^2 + x_p \tan \alpha = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_p^2 = -\frac{x_p \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{g x_p}{2v_0^2 \cos \alpha} = \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow g x_p = 2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$\Leftrightarrow x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\text{AN: } x_p = \frac{40000 \cdot \sin 110}{9,8}$$

$$x_p = 3835,54 \text{ m}$$

b. Montrons qu'il existe un 2^e angle α_2 pour la même portée x_p .

$$x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Leftrightarrow g x_p = v_0^2 \sin 2\alpha$$

$$\Leftrightarrow \sin 2\alpha = \frac{g x_p}{v_0^2} = \frac{9,8 \cdot 3835,54}{40000}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2\alpha = 0,939$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\alpha' = 70^\circ \\ 2\alpha'' = 180 - 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha' = 35^\circ \\ \alpha'' = 55^\circ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 55^\circ \\ \alpha_2 = 35^\circ \end{cases} \quad \text{On vérifie que } \alpha_1 + \alpha_2 = 90$$

③ Valeur de α qui donne une portée maximale.

$$x_p = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}; x_p \text{ est max si:}$$

$$\sin 2\alpha = 1 \Leftrightarrow 2\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ$$

④ vitesse du projectile en P.

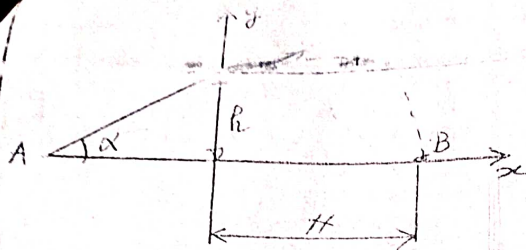
T.C.C. entre O et P.

$$\frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mg(h_0 - h_p)$$

$$\frac{1}{2}mv_p^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 0 \text{ puisque } h_0 = h_p$$

$$\Leftrightarrow v_p = v_0; v_p = 200 \text{ m/s}$$

Exercice



① Equations horaires ou coordonnées du cascadeur dans le repère (O, x, y)

Il s'agit d'un projectile lancé obliquement vers le haut à partir de l'origine O du repère

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Système : Cascadeur de mattem
- Référentiel : T.S.G.
- Bilan : \vec{P} seulement
- T.F.I : $\vec{P} = m\vec{a}$.
- Projection sur les axes :
 - $\vec{P} \perp O_x \Rightarrow 0 = m a_x \Rightarrow a_x = 0$ (m.r.u)
 - $\vec{P} \parallel O_y \Rightarrow -mg = m a_y \Rightarrow a_y = -g$ (m.r.u.v)

- Les équations horaires sont donc :

$$\begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases} ; \text{ soit}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

② Détermination de la dénivellation h entre O et B en fonction de H et v_0

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

En B, $y_B = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 + x_B \tan \alpha$
 $-h = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} H^2 + H \tan \alpha$

$$\Leftrightarrow h = \frac{g H^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - H \tan \alpha$$

AN: $h = \frac{10 \cdot 2500}{2 \cdot 35^2 \cos^2 10} - 50 \tan 10$

$$h = 1,72 \text{ m}$$

③ Accélération du trajet AO .

$$v_A = 36 \text{ m/s}; v_0 = 35 \text{ m/s}$$

$$a = cte \Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot v:$$

$$R.I.T: v_0^2 - v_A^2 = 2a \cdot OA$$

$$\text{or } \sin \alpha = \frac{h}{OA} \Rightarrow OA = \frac{h}{\sin \alpha};$$

$$\text{donc } v_0^2 - v_A^2 = \frac{2ah}{\sin \alpha}$$

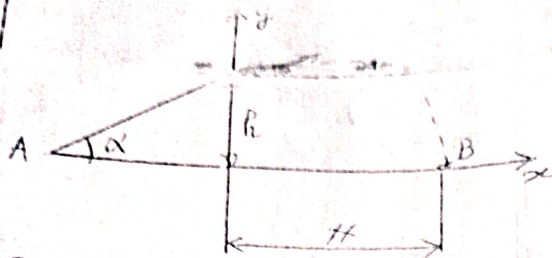
$$\Leftrightarrow (v_0^2 - v_A^2) \sin \alpha = 2ah; \text{ on tire}$$

$$a = \frac{(v_0^2 - v_A^2) \sin \alpha}{2h}$$

AN: $a = \frac{(35^2 - 36^2) \sin 10}{2 \cdot 1,72}$

$$a = -3,5 \text{ m/s}^2$$

Exercice



① Equations horaires ou coordonnées du cascadeur dans le repère (O, x, y)

Il s'agit d'un projectile lancé obliquement vers le haut à partir de l'origine O du repère

$$O \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases} ; \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

- Système : cascadeur de mattem
- Référentiel : T.S.G
- Bilan : \vec{P} seulement
- T.C.I : $\vec{P} = m\vec{a}$
- Projection sur les axes :
 - $\vec{P} \perp O_x \Rightarrow 0 = m a_x \Rightarrow a_x = 0 \text{ (m.r.u.)}$
 - $\vec{P} \parallel O_y \Rightarrow -mg = m a_y \Rightarrow a_y = -g \text{ (m.r.u.v.)}$
- Les équations horaires sont donc :

$$\begin{cases} x = v_{0x}t + x_0 \\ y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y}t + y_0 \end{cases} ; \text{ soit}$$

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

② Détermination de la dénivellation h entre O et B en fonction de H et v_0

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

En B , $y_B = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_B^2 + x_B \tan \alpha$
 or $x_B = H$; $y_B = -h$
 $-h = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} H^2 + H \tan \alpha$

$$\Rightarrow h = \frac{gH^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} - H \tan \alpha$$

AN : $h = \frac{10 \cdot 2500}{2 \cdot 35^2 \cos^2 10} - 50 \tan 10$

$$h = 1,72 \text{ m}$$

③ Accélération du trajet AO .

$$v_A = 36 \text{ m/s} ; v_O = 35 \text{ m/s}$$

$$a = c^e \Rightarrow m \cdot r \cdot u \cdot v :$$

$$R.I.T : v_O^2 - v_A^2 = 2a \cdot OA$$

$$\text{or } \sin \alpha = \frac{h}{OA} \Rightarrow OA = \frac{h}{\sin \alpha} ;$$

$$\text{donc } v_O^2 - v_A^2 = \frac{2ah}{\sin \alpha}$$

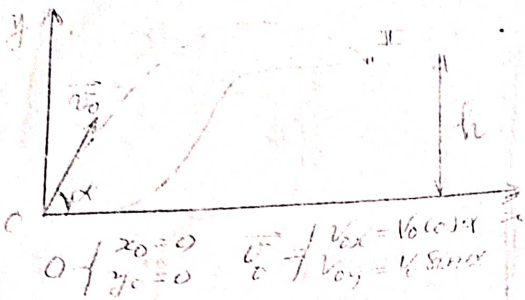
$$\Leftrightarrow (v_O^2 - v_A^2) \sin \alpha = 2ah ; \text{ on tire}$$

$$a = \frac{(v_O^2 - v_A^2) \sin \alpha}{2h}$$

AN : $a = \frac{(35^2 - 36^2) \sin 10}{2 \cdot 1,72}$

$$a = -3,5 \text{ m/s}^2$$

EXERCICE 3



① Equation de la trajectoire

Faire l'étude dynamique et montrer que

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$$

② Vitesse au point I

T.E.C entre O et I, la force extérieure étant \vec{P} .

$$E_p - E_0 = \sum_{O \rightarrow I} W(\vec{P}_{\text{ext}})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_I^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -mgh_I$$

$$\Leftrightarrow v_I^2 - v_0^2 = -2gh_I$$

$$\Leftrightarrow v_I = \sqrt{v_0^2 - 2gh_I}; \quad v_I = \sqrt{81 - 2 \cdot 9,8 \cdot 1}$$

$$v_I = 7,83 \text{ m/s.}$$

③ Expression de la hauteur maximale atteinte

③ Hauteur maximale h_0 ou flèche

$$E_H = E_C + E_p; \quad E_H = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$$

Niveau de référence: l'axe Ox.

$$E_H(0) = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0$$

$$E_H(5) = \frac{1}{2} m v_0^2 \cos^2 \alpha + mgh_0$$

Le système étant isolé, l'énergie mécanique se conserve. Donc

$$E_H(0) = E_H(5) \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \cos^2 \alpha + mgh_0$$

$$\Leftrightarrow m v_0^2 = m v_0^2 \cos^2 \alpha + 2mgh_0$$

$$\Leftrightarrow v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gh_0$$

$$\Leftrightarrow v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha) = 2gh_0$$

$$\Leftrightarrow v_0^2 \sin^2 \alpha = 2gh_0 \Leftrightarrow h_0 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\text{AN: } h_0 = \frac{81 \cdot \sin^2 70}{2 \cdot 9,8}; \quad h_0 = 3,65 \text{ m.}$$

④ Calcul de l'abaisse de point I

$$y_I = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_I^2 + x_I \tan \alpha \quad y_I = h$$

$$\Leftrightarrow h = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_I^2 + x_I \tan \alpha$$

$$\Leftrightarrow 1 = -\frac{9,8}{2 \cdot 81 \cos^2 70} x_I^2 + x_I \tan 70$$

$$\Leftrightarrow 1 = -0,5 x_I^2 + 2,7 x_I$$

$$\Leftrightarrow 0,5 x_I^2 - 2,7 x_I + 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2,7)^2 - 4(0,5) = 5,29$$

$$x_I' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2,7 + 2,3}{2 \cdot 0,5} = 5 \text{ m}$$

$$x_I'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2,7 - 2,3}{2 \cdot 0,5} = 0,4 \text{ m}$$

$$\text{cel } [x_I = 5 \text{ m}]$$

Valeur concrète

Exercice 3

$$\frac{1}{2} m v_I^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -mgh_I$$

$$v_I^2 - v_0^2 = -2gh_I$$

On = l'axe des abscisse = cos

Exo 3

$\vec{P}_{\text{ext}} = m\vec{g}$

EXERCICE 5



$\alpha = 15^\circ$; $v_0 = 2,5 \text{ m/s}$; $OA = 1 \text{ m}$

1-a. Vitesse d'arrivée en A selon
suppose qu'il n'a pas frottement

* On trouve d'abord l'accélération
par l'étude dynamique.

- Système : projectile de masse m .

- Référentiel : T-S-ter.

- Bilan des forces : \vec{P} et \vec{R}_N

- T.d.E : \vec{P}

- projection dans le sens de la montée

$-mg \sin \alpha + 0 = ma$, on tire

$a = -g \sin \alpha$ et $\Rightarrow m \cdot a = -mg \sin \alpha$

* 1. ensuite la relation
indépendance de temps.

$v_A^2 - v_0^2 = 2a \cdot OA$; On tire

$v_A = \sqrt{v_0^2 + 2a \cdot OA}$; soit

$v_A = \sqrt{v_0^2 - 2g \cdot OA \sin \alpha}$

AN: $v_A = \sqrt{2,5^2 - 20 \sin 15^\circ}$

b. Trouvons la force de frottement F
Sachant qu'en réalité la vitesse
atteinte en A est $v_A' = 1 \text{ m/s}$

- Nouveau bilan : \vec{P} , \vec{R}_N , \vec{F}

- T.d.E : $\vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F} = m \vec{a}'$

- projection ds le sens de la montée

$-mg \sin \alpha + 0 + F = m a'$

$F = m(a' + g \sin \alpha)$

Détermination de a' :

$v_A'^2 - v_0^2 = 2a' \cdot OA$; on tire

$a' = \frac{v_A'^2 - v_0^2}{2 \cdot OA}$; d'où

$F = m \left(\frac{v_A'^2 - v_0^2}{2 \cdot OA} + g \sin \alpha \right)$

$F = 50 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1 - 2,5^2}{2} + 10 \sin 15^\circ \right)$

② Equation de la trajectoire dans le
repère (Ax, Ay)

Projectile lancé obliquement au
dessus à partir du point A origine

des axes : A $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$; $\vec{v}_0 = \begin{cases} v_{0x} \\ v_{0y} \end{cases}$ $\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$

$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$

b. Distance horizontale HD

$y_D = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x_D^2 + x_D \tan \alpha$

$\Leftrightarrow HD = -\frac{g HD^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + HD \tan \alpha$

$\Leftrightarrow HD \sin \alpha = \frac{-g HD^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} + HD \tan \alpha$